# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

## LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

**FAURE Jean**

---

PREMIÈRE THÈSE

### Étude théorique et expérimentale de la focalisation des ions afin d'améliorer la brillance du faisceau ionique par suppression des causes d'aberrations

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Sur la limite de l'intensité injectable dans un synchrotron due à l'apparition de résonances

Soutenues le 15 FEV. 1966 devant la Commission d'examen

MM. LUCAS — Président

MAGNAN, SPETIER — Examinateurs

# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

## LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

**FAURE Jean**

---

PREMIÈRE THÈSE

### Étude théorique et expérimentale de la focalisation des ions afin d'améliorer la brillance du faisceau ionique par suppression des causes d'aberrations

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Sur la limite de l'intensité injectable dans un synchrotron due à l'apparition de résonances

Soutenues le devant la Commission d'examen

MM. LUCAS Président

MAGNAN, SPETIER } Examinateurs

# FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

## PROFESSEURS

Doyen

M. ZAMANSKY

Professeurs

| | | |
|---|---|---|
| MM. | BRELOT | T Analyse supérieure |
| | PRENANT | T anatomie et histologie comparée |
| | GRASSE | T évolution des êtres organisés |
| | PREVOST | T chimie organique |
| | WYART | T Minéralo.& cristallo |
| | TEISSIER | T zoologie |
| | MANGENOT | T biologie végé.(Orsay) |
| | AUGER | T physique quantique et relativité |
| | MONNIER | T physiologie générale |
| | PIVETEAU | T Paléontologie |
| | ROCARD | T physique ENS |
| | CARTAN | T mathématiques ENS |
| | LAFFITTE | T chimie générale |
| | N... | T géométrie supérieure |
| | COULOMB | T physique du globe |
| Mle | COUSIN | T biologie animale SPCN |
| MM. | CHRETIEN | T chimie minérale |
| | BOCQUET | T zoologie |
| | KASTLER | T physique ENS |
| | EPHRUSSI | T génétique |
| | RIVIERE | T géologie SPCN & sédiment.(Orsay) |
| | GAUTHERET | T biologie végétale PCB |
| | LUCAS R. | T recherches physiques |
| | THOMAS A. | T biologie cellulaire |
| | ARNULF | T optique appliquée |
| | MORAND | T physique enseignement |
| | SOLEILLET | T physique PCB |
| | FORTIER | T Mécanique exp.des fluides |
| | DRACH | T zoologie |
| | QUENEY | T météo.& dynamique atmos. |
| | GALLIEN | T embryologie |
| | EICHORN | T botanique |
| | DE CUGNAC | T biologie végétale SPCN |
| Mle | CAUCHOIS | T chimie physique |
| MM. | THELLIER | T physique du globe |
| | L'HERITIER | T biologie générale Orsay |
| | GRIVET | T radioélectricité Orsay |
| | PONCIN | T mécanique générale |
| | DU BREIL | T arith.& théorie des nombres |
| | QUELET | T chimie organique |
| | CAGNIARD | T géophysique appliquée |
| | CHAMPETIER | T chimie macromoléculaire |
| | CUVILLIER | T micropaléontologie |
| | JUNG | T géologie |
| | TRILLAT | T microscopie et diffrac. élec. |
| | WIEMANN | T chimie organ.& structu. |
| | JACQUINOT | T spectroscopie et physique céleste (Orsay) |
| | VASSY | T physique de l'atmosphère |
| | DESTOUCHES | T théorie physique |
| | AMIEL | T chimie générale |
| | HOCART | T minérall.& cristal. |
| | J.P. MATHIEU | T physique optique |
| | COUTEAUX | T cytologie |
| | MAY | T zoologie |
| | CHOQUET | T théorie des fonctions et topologie |
| | FELDMANN | T biologie végétale marine |
| | GUINIER | T physique des solides (Orsay) |
| | JOST | T physiologie comparée |
| | FORTET | T calcul des probabilités et physique mathématiques |
| | SCHWARTZ | T Calcul dif.& Intégral |
| | CHOUARD | T physiologie végétale |
| | MALAVARD | T aviation (technique aéron.) |
| | NORMANT | T synthèse organique |
| | BENARD | T chimie minérale |
| | BUVAT | T botanique ENS |
| | DUGUE | T statistique mathématiques |
| | SOULAIRAC | T Psychophysiologie |
| | ULRICH | T Physiologie végé.appli. |
| | MARECHAL | T Optique théo.& appli. |
| | KIRRMANN | T théories chimiques |
| | CHADEFAUD | T botanique |
| Mle | LE BRETON | T Physio de la nutrition |
| MM. | LELONG | T appli de l'ana à la géom. |
| | DEVILLERS | T anatomie & histo.compa. |
| | EHRESMANN | T topologie algébrique |
| | FRANCON | T physique SPCN |
| | GLANGEAUD | T géogra. phys. géol. |
| | DODEMENT | T mathématiques MGR |
| | PISOT | T technique math.de la physi. |
| | ROCH | T géologie |
| | SCHATZMANN | T astrophysique |
| | TERMIER | T géologie générale |
| | ZAMANSKY | T mathématiques générales |
| | LENNUIER | T Physique MGP |
| | RIZET | T génétique Orsay |
| | ROUTHIER | T géologie appliquée |
| Mme | TONNELAT | T physique théorique |
| MM. | DIXMIER | T mathématiques MPC |
| | SOUCHAY | T chimie générale |
| | AIGRAIN | T électrotechn.géné. |
| | BRUSSET | T chimie systématique |
| M. | LEVY | T physique théorique des hautes énergies (Orsay) |
| Mme | CHAIX | T chimie biologique |
| Mme | HUREL PY | T biologie végétale PCB |
| MM. | PANNETIER | T chimie générale |
| | BRUN | T mécanique des fluides I |
| | LEDERER | T chimie biologique (Orsay) |
| Mme | DUBREIL | T mathématiques (agréga) |
| Mme | LELONG | T math.II ENS |
| M. | BELLAIR | T géologie SPCN |
| MM. | COTTE | T physique électricité |
| | DUBOIS J.E. | T chimie organique |
| | LAMOTTE | T zoologie ENS |
| | MICHEL A. | T chimie minérale Orsay |
| | OLMER | T énergétique générale |
| | ROUAULT | T électricité (Orsay) |
| | GAUTHIER | T mécanique appliquée |
| | BARCHEWITZ | T chimie physique |
| | BROSSEL | T physique atomique |
| | BUSER | T physiologie comparée |
| | CAMUS | T physio.végé. |
| | CASTAING | T Physique II thermo.(Orsay) |
| | CURIEN | T minéralo.& cristal. |
| | MOYSE | T physio.végé.(Orsay) |
| Mme | CHARNIAUX-COTTON | T évolution des êtres organisés |
| MM. | POSSOMPES | T zoologie |
| | PULLMANN | T chimie quantique |
| | TEILLAC | T physique nuc.et radioactivité (Orsay) |
| | TONNELAT | T bio.physico.chim.(Orsay) |
| | VILLE | T économétrie |
| | WILLEMART | T chimie PCB |
| | DODE | T chimie (Orsay) |
| | FREYMANN | T recherches physiques |
| | GUINOCHET | T biolo.végé.SPCN (Orsay) |
| | ROLLET | T chimie minérale |
| Mle | JOSIEN | T chimie SPCN |
| MM. | CHEVALLEY | T géométrie algébrique et théorie des groupes |
| | ARNOULT | T électronique Orsay |
| | CHAPELLE | T physique I (Orsay) |
| | DELANGE | T mathématiques I (Orsay) |
| | DENY | T mathé.géné.(Orsay) |
| | GERMAIN | T mécanique théorique des fluides |
| | LUCAS | T géologie |
| | ALLARD | T chimie physique |
| | BERTHELOT | T physique des particules fondamentales (Orsay) |
| | BRICARD | T météor.et physique de l'atmosphère |
| Mme | ALBE FESSARD | T psycho.physio. |
| MM. | FRIEDEL | T physique des solides (Orsay) |
| | JULIA | T Études des moléculaires complexes |
| | LENDER | T biologie animale SPCN Orsay |
| | MAGAT | T physico-chimie des radio-éléments |
| Mle | QUINTIN | T électrochimie |
| MM. | MONOD | T chimie du métabolisme |
| | BENOIT | T physio.animale Orsay |
| | DE POSSEL | T analyse numérique |
| | CHARLOT | T chimie analytique |
| | LEMEE | T écologie végétale Orsay |
| | GUERIN | T chimie MPC Orsay |
| | CHATELET | T chimie PCB |
| | JEAN | T physio.nucléaire Orsay |
| | MATTLER | T physique SPCN |
| | BERGERARD | T zoologie Orsay |
| | BERTEIN | T électronique Orsay |
| | BOUISSIERES | T radiochimie |
| Mme | COUTURE | T thermo.et méca.physique |
| MM. | ELLEMBERGER | T géologie des grandes régions du globe (Orsay) |
| | FRANC | T biologie animale PCB |
| | SCHNELL | botanique tropicale |
| | STLKOWSKI | T physiologie végétale |
| | ACHER | T chimie biologique |
| | BAUDOIN | T biologie animale PCB |
| | BEAUMONT | biologie animale SPCN |
| | BLAMONT | géophysique ionosphère |
| | BOUREAU | T botanique |
| | CURIE D. | physique MGP |
| | DURAND DELGA | T géologie |
| | FREON | T chimie organique Orsay |
| | HELLER | T physiologie végétale |
| | TORTRAT | T calcul des probabilités |
| | CAILLEUX | T géologie SPCN |
| | MAGNAN | physique électricité |
| | DAUDEL | T mécanique ondulatoire appli. à la chimie théo.& à la phy.nucléaire |
| Mle | FOURCROY | biologie végétale SPCN |
| Mme | CHOQUET BRUHAT | mécanique analytique et méca.céleste |
| Mle | VEIL | T physiologie générale |
| MM. | LWOFF | T microbiologie |
| | SIESTRUNCK | T Méca.phys.& experimentale |
| | LACOMBE | T métallurgie des métaux nucléaires (Orsay) |
| | BROCHARD | T physique PCB (Orsay) |
| | CABANNES | T mécanique générale |
| | LESIEUR | T math.I (Orsay) |
| | MAZET | T méca.géné.(Orsay) |
| | CAIRE | géogra.physique et géo dynami |
| | COMOLET | méca.des fluides |
| | CORABOEUF | T physio.animale (Orsay) |
| | DELLOUE | T physique de l'exosphère |
| | GORENFLOT | botanique II (Orsay) |
| | HOUILLON | biologie animale PCB |
| | JULLIEN J. | chimie SPCN (Orsay) |
| | MALGRANGE | T technique mathé.de la phys.Ors. |
| | OLIVIER | Antropologie |
| | NOZERAN | T botanique II (Orsay) |
| | BLANC-LAPIERRE | T physique ENS (Orsay) |
| | CHEVAUGEON | T botanique (Orsay) |
| | KAHANE | T mathématiques (Orsay) |
| | SAMUEL | T math ENS féminines |
| | KOURGANOFF | T astronomie (Orsay) |
| | THIRY | T méca.céleste |
| | ABELES | physique SPCN |
| | AMAT | T physique PCB |
| | AUBOIN | T géologie |
| Mme | BENOIT-GUEUTAL | T physique nucléaire et radioactivité (Orsay) |
| MM. | BOUGIS | Biologie marine Villefranche/mer |
| | BRUHAT | T math.MPC |
| | BRUNN | T géologie historique Orsay |
| | CHABBAL | T physique MGP (Orsay) |
| | DEHEUVELS | T math.propé. |
| | D'ESPAGNAT | T physique théorique (Orsay) |
| | FURON | T géologie SPCN |
| Mme | GANS | T génétique |
| MM. | GENEVES | biologie végétale PCB |
| | GUILBERT | physique CUS Orléans |
| | HUPE | T pétrographie |
| | HOLLANDE | T biolo.géné. |
| | LIONS | T analyse numérique |
| | MAITTE | T chimie PCB |
| | MEYER | physique propé. |
| | NICOLAS | géologie appliquée |
| | PANIGEL | biologie générale |
| | RAVIER | pétrographie |
| | ROSEAU | T méca.théorique des fluides |
| | ROUBINE | électronique |
| | SILBER | T chimie PCB |
| | UEBERSFELD | T électronique |
| | YVON | T théories physiques |
| | HERVE | T mathématiques |
| | NERON | T math. MPC (Orsay) |
| Mme | PECKER WIMEL | T astrophysique |
| MM. | BALKANSKY | physique MPC |
| | LE CORRE | T électricité |
| | DELCROIX | T physique théorique (Orsay) |
| | GOURDIN | physique théorique (Orsay) des hautes énergie |
| | LEHMANN | T phys.exp.des hautes énergies |
| | NATAF | T physique nucléaire et radioactivité (Orsay) |
| | ECHALIER | biologie animale PCB |
| | BARRAUD | physiolo.cellulaire |
| | LIORET | physiologie végé.Orsay |
| | DARS | géologie structurale & géolo.appli. |
| | CAMEFORT | T botanique (agrégation) |
| | VICHNIEWSKY | T mécanique industrielle |
| | BLAQUIERE | électronique (Orsay) |
| | ARNOUS | T physique théorique |
| | TATIBOUET | chimie (CSU Orléans) |
| | MALLIAVIN | T math. propé. (Orsay) |
| | GAUDEMAR | chimie propé. |
| | PEREZ Y JORBA | physique Exp.des Hautes énergies (Orsay) |
| | DAVID | T chimie (agrégation Orsay) |
| | BROUSSE | T mécanique théorique |
| | ROSCH | T astronomie |
| | GUY | T physique expérimentale |
| | LAZARD | math MPC |
| | MOREL Pierre | physique MPC |
| | ARSAC | programmation |
| | LEFEBVRE | chimie MPC |
| | CHAPEVILLE | biochimie |
| | BENOIT | physique CPEM |
| | RIO | chimie CPEM |
| | JAUZEIN | géologie ENS |
| | PREVOST Georges | BV CPEM |
| | FAVARD P. | BA CPEM |
| | VILKAS | chimie CPEM |
| Mle | FICINI | chimie CPEM |
| MM. | LEQUEUX | astronomie |
| | COHEN | physique MPC |
| | TAVERNIER | physique CPEM |
| Mme | ROIZEN | physique CPEM |
| MM. | DURAND M. | BA SPCN |
| | PASCAUD | physiologie |
| Mme | PETIT | BA CPEM |
| MM. | BROUSSE | géologie orsay |
| | CAGNIAC | physique agrégation Orsay |
| | LEBERRE | zoologie (Orsay) |
| | SCHEFFER | microbiologie (Orsay) |
| | de GENNES | physique des solides (Orsay) |
| | RIOU | physique nucléexp.Orsay |
| | CLAUSER | chimie biolo.Orsay |
| | CHEVALIER | physio.animale Orsay |
| | JANCOVICI | physique atomique Orsay |
| | FALK-VAIRANT | physique nucléaire Orsay |
| | FETIZON | chimie propé. Orsay |
| | CERF | mathématiques Orsay |
| | LURCAT | physique |
| | RIGAUDY | chimie S.P.C.N. |
| | SIGWALT | chimie S.P.C.N. |
| | FOURNET | électricité générale |
| | COLLONGUES | chimie C.P.E.N. |
| | DUBERT | biochimie |
| | LAVOREL | biologie physico-chimique |
| | MOREL F. | physiologie comparée |
| | TALBOT | génétique chimique |
| Mme | NOUGAREDE | botanique |
| MM. | FRANCOIS | zoologie |
| | IVANOFF | océanographie physique |
| | CADIOT | chimie organique |
| | BARUCH | physique propédeutique |
| | NOZIERES | physique générale |
| | BOK | physique propédeutique |
| | SLONIMSKI | génétique |
| | KRASNER | T mathématiques |
| | BENZECRI | T statistiques |
| | VINH MAU | physique M.G.P. |
| | DUQUESNES | physique C.P.EM. |
| | SCHUTZENBERGER | programmation |
| | TREMILLON | chimie MPC |
| | FAYARD | chimie MPC |
| | BUVET | chimie CPEM |
| | AUTHIER | physique MPC |
| | PICINBONO | T physique CPEM |
| | BONNEFILLE | électrotechnique |
| Mme | PUISEUX DAO | biologie végétale |

le secrétaire général

R. POULAIN

# TABLE DES MATIÈRES


Pages

INTRODUCTION ..... 5

1ère PARTIE : METHODE DE CALCUL

I - Introduction ..... 7
II - Emittance et volume des phases ..... 8
III - Calcul des trajectoires ..... 14
IV - Détermination pratique d'un préaccélérateur ..... 26

2ème PARTIE : ETUDE ET REALISATION EXPERIMENTALE D'UNE SOURCE DUOPLASMATRON POUR UN COURANT DE 50 mA.

I - Introduction ..... 39
II - Première réalisation ..... 39
III - Etude théorique ..... 43
IV - Nouveau montage utilisant la géométrie de Pierce ..... 50

3ème PARTIE : BATI HAUTE TENSION

I - Introduction ..... 57
II - Description de l'accélérateur ..... 57
III - Focalisation employée ..... 61
IV - Résultats expérimentaux ..... 64

CONCLUSIONS ..... 69

UNIV.
LEIDEN
BIBL.
Digitized by the Internet Archive
in 2026
https://archive.org/details/IA41544321_0030

# INTRODUCTION

Pour améliorer les performances des accélérateurs de particules à haute énergie on recherche, de plus en plus, à augmenter l'intensité du faisceau issu de leur injecteur.

Or, on constate rapidement que l'intensité du faisceau injecté n'est pas la seule caractéristique essentielle. Il est nécessaire, aussi, que le faisceau ait une grande brillance (cette grandeur sera définie plus loin).

Les mesures faites sur des réalisations existantes tant au C. E. R. N. (B1, B2) qu'à Brookhaven (B3) montrent que la brillance a une valeur inférieure à celle que l'on peut déduire des propriétés thermiques du plasma d'où sont extraits les ions. Ces mesures ont été faites aussi bien sur le faisceau extrait, directement à la sortie de la source qu'à la sortie des accélérateurs. Elles montrent que des aberrations préexistent déjà avant que le faisceau soit focalisé et que le système focalisation-accélération introduit des aberrations supplémentaires.

Pourtant, nous pouvons faire les remarques suivantes :

a) Dans un système de focalisation, compte tenu de la charge d'espace, les forces dérivent d'un potentiel. La brillance du faisceau ne varie pas, alors, entre l'entrée et la sortie (Théorème de Liouville),

b) si on utilise ce système dans son domaine de linéarité (approximation de Gauss) et si le faisceau a une densité quasi-uniforme (force de charge d'espace linéaire) on n'introduit pas d'aberrations.

c) si on peut obtenir, à la sortie d'une source, après extraction à une énergie de quelques 10 KeV un faisceau dont l'émittance est faible, uniforme et emplie uniformément, cette propriété se conserve après focalisation.

Donc, en partant des concepts suivants :

- obtention vers 10 kV d'un faisceau brillant et uniforme
- focalisation par un système optique sans aberrations.

On doit obtenir un faisceau sensiblement plus brillant qu'au CERN et qu'à Brookhaven.

En d'autres termes, nous pensons que la perte apparente de brillance est due à des aberrations préexistantes au niveau de la source et à celles supplémentaires apportées par le système de focalisation.

Ces concepts ont déjà été énoncés par YOKOSAWA (B4), mais les conditions à la sortie de la source n'avaient pas été suffisamment approfondies sur le plan expérimental.

Deux études ont donc été menées de front :

a) Mise au point d'un programme de calcul permettant de définir un système de focalisation simple. Ce calcul est rigoureux et permet de déterminer la limite de linéarité. Le test est fait à partir de conditions initiales idéales résultant de c). L'émittance elliptique donnée au départ ne doit pas se déformer du fait des aberrations de plus de 10 ou 15 %, ce qui est physiquement acceptable.

b) Etude expérimentale d'une source duoplasmatron. On a cherché à se rapprocher des conditions idéales et une approche satisfaisante a résulté de l'application du principe de focalisation de Pierce dans l'espace plasma-électrode d'extraction. Les aberrations au niveau de la source ont ainsi été éliminées. Quelques manipulations ont alors montré que la voie est ouverte pour améliorer

la brillance et se rapprocher de la brillance propre liée à la température du plasma en étudiant la géométrie de la source en elle-même.

# MÉTHODE DE CALCUL

## I - INTRODUCTION.

### I. 1 - But.

Il s'agit de mettre au point une méthode de calcul permettant d'élaborer un système de focalisation.

Nous allons tout d'abord définir les caractéristiques d'un faisceau : émittance et brillance et montrer que ces grandeurs se conservent.

Puis nous examinerons les équations qui permettent de calculer les trajectoires dans un système électrostatique à symétrie de révolution et nous dirons quelles précautions prendre pour conserver les propriétés géométriques du faisceau.

### I. 2. - Cadre dans lequel se place ce travail.

a) On se place hors du domaine relativiste ($\beta < 0.1$).

b) On suppose que l'on a affaire à une seule sorte de particules : les protons.

c) On travaille sur des impulsions courtes : on néglige les phénomènes de compensation de charge d'espace.

### I. 3 - Systèmes de coordonnées employées.

Deux sortes de systèmes seront utilisés :

a) Coordonnées $p_x$, $p_y$, $p_z$, x, y, z (fig. 1)
z sera la direction suivant lequel s'effectue l'accélération, $p_z$ la quantité de mouvement associée.
x et y sont les coordonnées transversales, c'est suivant ces deux directions que s'exercent les forces de focalisation.
$p_x$ et $p_y$ sont les quantités de mouvement conjuguées.

b) En pratique, comme nous nous placerons dans un système à symétrie de révolution, on définira le mouvement dans le plan passant par la particule et l'axe z (fig. 2) et le plan sera repéré par la variable angulaire $\theta$.

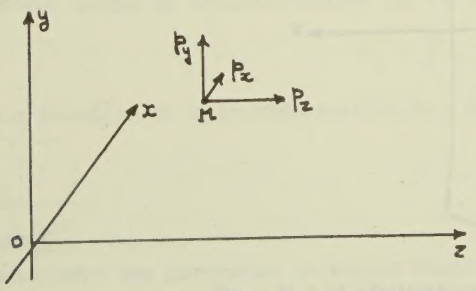



Figure 1 - Système de coordonnées.

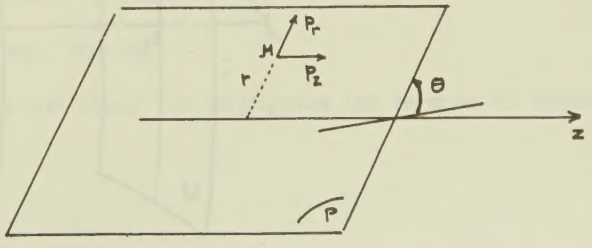



Figure 2 -

## II - EMITTANCE - ESPACE ET VOLUME DES PHASES.

### II. 1 - Introduction.

Lorsque l'on s'intéresse au mouvement de particules chargées dans un espace où elles sont guidées par un champ magnétique ou accélérées par un champ électrostatique, on a à résoudre pour chaque particule l'équation différentielle du second degré :

$$\vec{F} = m \frac{d(\vec{V})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$\vec{F}$ étant la somme des forces appliquées à une particule d'accélération $\frac{d(\vec{V})}{dt}$

Pour connaître l'évolution d'un ensemble de particules, il faut donc définir leurs positions et leurs quantités de mouvement à un instant donné ainsi que le système de force appliqué.

### II. 2 - Théorème de Liouville.

On peut stocker les informations préliminaires de position et de quantité de mouvement dans un système à 6 dimensions : x, y, z, $p_x$, $p_y$, $p_z$.

Dans un élément dx, dy, dz, $dp_x$, $dp_y$, $dp_z$, de ce volume sont contenues dN particules et le volume total est :

$$V_6 = \int \ldots\ldots\ldots \int dx.\ dy.\ dz.\ dp_x.\ dp_y.\ dp_z \qquad \text{(II 1)}$$

D'après le théorème de Liouville $V_6$ se conserve au cours du temps à condition que le système de force appliqué soit conservatif c'est-à-dire qu'il dérive d'un potentiel.

Dans notre cas particulier, on a affaire à deux systèmes de force :

a) les forces extérieures qui sont les forces électrostatiques d'accélération et de focalisation.

b) les forces internes de répulsion Coulombienne.

Ces deux systèmes dérivent d'un potentiel U(x, y, z) électrostatique.

### II. 3 - Notions pratiques découlant du théorème de Liouville.

Le volume de phase à 6 dimensions n'est guère utilisable directement.

On se place en régime établi, c'est-à-dire que le potentiel U ne dépend pas du temps mais de z.

Suppossons que l'on passe d'une surface équipotentielle U à une surface U + dU. (Fig. 3)

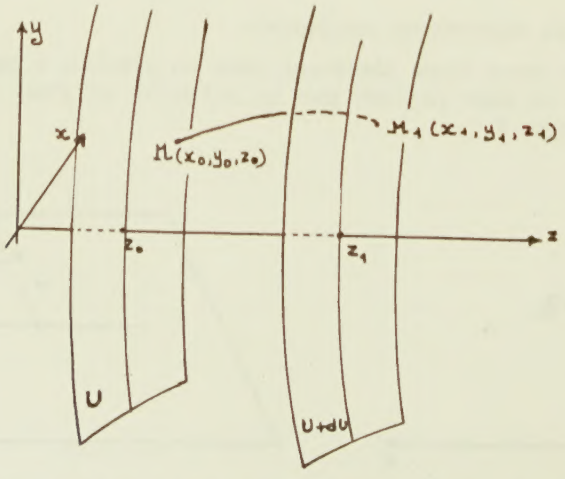



Figure 3 - Passage d'une surface équipotentielle U à U + dU.

On aura :

(II 2)

$$\begin{cases} x_1 = x_o + \dfrac{p_{z_o}}{m}\ \Delta t \\ p_{x_1} = p_{x_o} + e.\dfrac{\partial U}{\partial x}\ (x_o,\ y_o,\ z_o).\ \Delta t \qquad (1) \\ y_1 = y_o + \dfrac{p_{y_o}}{m}\ \Delta t \\ p_{y_1} = p_{y_o} + e.\dfrac{\partial U}{\partial y}\ (x_o,\ y_o,\ z_o).\ \Delta t \qquad (2) \\ z_1 = z_o + \dfrac{p_{z_o}}{m}\ \Delta t \\ p_{z_1} = p_{z_o} + e.\dfrac{\partial U}{\partial z}\ (x_o,\ y_o,\ z_o).\ \Delta t \qquad (3) \end{cases}$$

Les équations (1, 2, 3) donnent $p_z^2 + p_x^2 + p_y^2 = 2\ m.e.U$ (4) qui est l'intégrale 1ère des forces vives. On peut remplacer (3) par cette équation.

On suppose que dans (4) $p_z^2 \gg p_x^2 + p_y^2$ . On a donné

$$p_z^2 = 2\ e.U = \text{cte sur la surface équipotentielle.}$$

On peut écrire alors que, sur l'axe z

$$z_1 - z_o = -\frac{pz_o}{m}\ .\ \Delta t = \Delta z$$

en remplaçant $\Delta t$ par $\Delta z \times \dfrac{m}{p_{z_o}}$

On obtient :

(II 3)

$$\begin{cases} x_1 = x_o + \dfrac{p_{x_o}}{p_{z_o}}\ \Delta z \\ p_{x_1} = p_{x_o} + \dfrac{\partial U}{\partial x}\ (x_o,\ y_o,\ z_o)\ \dfrac{\Delta z}{p_{z_o}}\ e\,m \\ y_1 = y_o + \dfrac{p_{y_o}}{p_{z_o}}\ \Delta z \\ p_{y_1} = p_{y_o} + \dfrac{\partial U}{\partial y}\ (x_o,\ y_o,\ z_o)\ \dfrac{\Delta z}{p_{z_o}}\ e\,m \end{cases}$$

Etant donné la transformation (II 2), on considère le volume

$$V_4 = \int \ldots \int dx.\ dp_x.\ dy.\ dp_y$$

Le Jacobien de la transformation de z à z + $\Delta z$ est alors, en négligeant les termes du second ordre* :

---

* Remarque

Dans notre cas particulier de forces électrostatiques, U(x, y, z) ne dépend pas de $p_x$, $p_y$ ou $p_z$.

En focalisation magnétique, deux cas peuvent se produire :

$$J_z = 1 + \sum_{x,y} \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{\partial U}{\partial x} (x_o, y_o, z_o) \right] \frac{\Delta z}{p_{z_o}} \quad . \quad e.m$$

donc $J_a = 1$, puisque U ne contient pas ($p_x$, $p_y$ ou $p_z$)

$V_4$ deumeure constant puisque l'élément dx, $dp_x$, dy, $dp_y$ se conserve. On retrouve ainsi un résultat analogue au Théorème de Liouville.

D'autre part, U étant fonction de $x_o$ et de $y_o$, il y a couplage entre les deux mouvements.

Supposons que nous projetions $V_4$ sur le plan (x, $p_x$), $V_4$ va se déformer et sa projection sur x, $p_x$ va varier de surface (Fig. 4).

Figure 4 - Projection de $V_4$ sur ($p_x$, x).

Pour que $S_x = \iint dx.dp_x$ demeure constant, il faudrait que U ne contienne pas $y_o$.

Supposons que U ne contienne pas $y_o$.

$$\begin{cases} x = x_o + \dfrac{p_{x_o}}{p_z} \cdot \Delta z \\ p_x = p_{x_o} + \dfrac{\partial U}{\partial x} \dfrac{\Delta z}{p_{z_o}} \quad m.e \end{cases}$$

Ici le Jacobien est encore égal à 1 et ceci quelque soit $y_o$.

$V_4$ se projettera alors toujours sur une surface constante, tout en se déformant.

II. 4 - Emittance d'un faisceau cylindrique.

Considérons le système de coordonnées r, pr, $\theta$ et la quantité de mouvement conjuguée à $\theta$, $r^2\theta$. (C'est d'une manière générale :

$$p_s = 2 \frac{d}{d s} (T), \quad T \text{ étant l'énergie cinétique})$$

Dans un système à symétrie cylindrique, toutes les forces sont axiales, et on a :

(II 4)
$$\begin{cases} r = r_o + \dfrac{p_r}{p_z} \Delta z \\ p_r = p_{r_o} + f(r) \Delta z \\ \theta = \theta_o + \dfrac{p_\theta}{p_z} \Delta z \\ p_\theta = m r^2 \dot{\theta} = \text{cte} \end{cases}$$

---

suite de la note de la page précédente.

a) on peut trouver une fonction potentielle qui ne fait intervenir que le gradient ou l'indice du champ magnétique et pz ; on peut alors reconduire la démonstration ci-dessus. C'est le cas des lentilles quadrupolaires et des synchrotrons.

b) Dans les autres cas où on ne peut définir ce potentiel, il faut s'adresser à des quantités de mouvement généralisées.

La dernière équation de (II 4) exprime qu'il n'y a pas de force rotationnelle.

Le système r, $p_r$, est découplé et la surface $S_r$, $p_r$ est constante.

Rappelons les hypothèses successives faites pour arriver à considérer ce résultat :

a) le régime est continu. On fait abstraction du régime transitoire (1 μs pour une impulsion de 40 μs par exemple). On peut alors éliminer le temps.

b) le système des forces appliquées est à symétrie de révolution.

c) $p_r^2 << p_z^2$

II. 5 - Forme Géométrique de l'émittance.

Supposons un faisceau convergent qui semble converger vers le point A (Fig. 5). Si on trace $S_{r.p_r}$ en $z_o$, on voit tout d'abord que la direction moyenne des particules correspond à une droite.

En réalité, chaque point émet suivant un angle $d\alpha$ de part et d'autre de la direction moyenne.

$S_{r.p_r}$ aura donc une forme géométrique se rapprochant d'une ellipse ou d'un parallélogramme. C'est cette forme qu'on s'efforcera de conserver.

En effet, si elle se déforme, cela pourra conduire à une augmentation apparente de l'émittance donc une diminution de la brillance (Fig. 6).

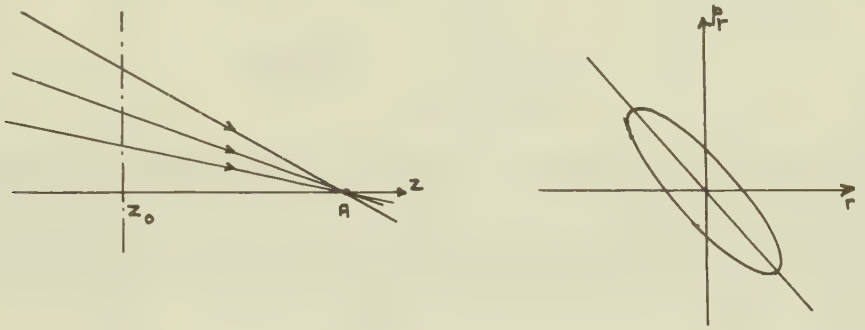



Figure 5 - Emittance au plan z d'un faisceau convergent.

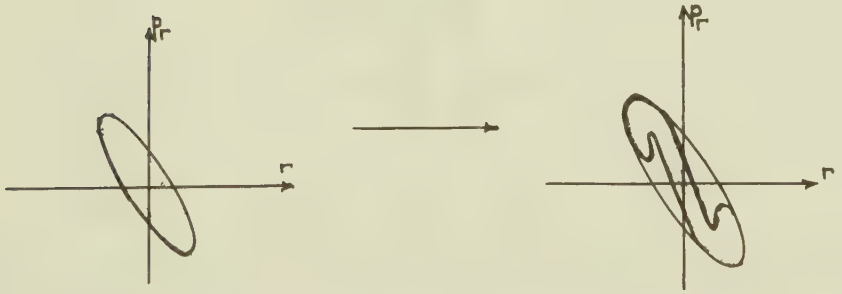



Figure 6 - Augmentation dé l'émittance par les aberrations.

II. 6 - Unité de mesure.

Plutôt que d'employer r et la quantité de mouvement $p_r$, on préfère utiliser r et

$$r' = \frac{p_r}{p_z}$$

qui définit l'inclinaison du vecteur vitesse $v_r$ (Fig. 7).

En fonction de l'énergie U. e, $S_{rr'}$ varie alors comme $p_z$* c'est-à-dire $\sqrt{U}$.

---

* voir III 3.

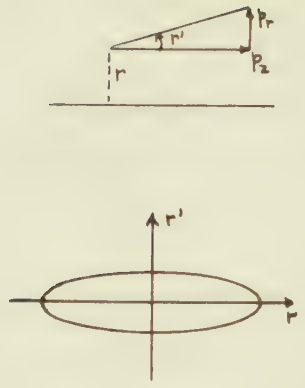



Figure 7 - Surface $S_{r',r}$

On définit alors une émittance normalisée à partir de $S_{rr'}$ en m. rad par

$S_{rr'}$ norm. = $S_{rr'}$ x $(\beta.\gamma)$

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

II. 7 - Brillance.

Nous avons vu que $S_{rr'}$ est une quantité qui définit un faisceau puisqu'elle demeure constante.

Nous allons définir une grandeur qui relie l'intensité du faisceau et l'émittance : la brillance.

Plaçons-nous à la sortie de la source et considérons la surface émissive du plasma (Fig. 8). Le flux de particules sort d'un élément ds dans l'angle solide dΩ. On écrit que dI le nombre de particules par unité de temps est proportionnel à ds. dΩ.

soit : $dI = B\ ds.d\Omega$

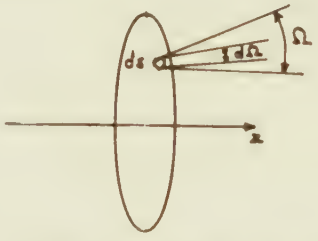



Figure 8 - Surface émissive.

Si nous supposons que la densité de la surface émissive ne dépend pas de l'élément ds choisi et que en chaque point, l'émission est uniforme dans un cône d'angle solide Ω, on a

$$I = \int dI = \iint B\ ds.d\Omega$$

$$= B \int ds. \int d\Omega$$

$$= B.s.\Omega$$

La quantité $B = \frac{I}{S\Omega}$ est appelée brillance et définit bien les qualités d'une source. Une source d'intensité et de section données sera d'autant plus brillante qu'elle émettra dans un angle solide plus faible.

L'angle Ω dépend de la température des ions sortant du plasma. Soit $p_z$ la quantité de mouvement due à l'accélération et $p_x$ max la quantité de mouvement tranversal maximale (Fig. 9).

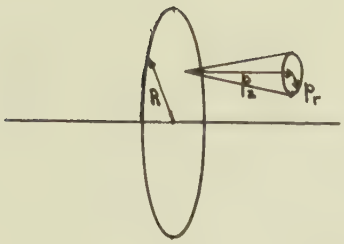



Figure 9 - Quantité de mouvement sur surface émissive.

$$\Omega = \frac{\pi\, p_{r\,max}^2}{p_z^2}$$

$$\text{Donc } B = \frac{I}{R^2 \times \frac{\pi\, p_{max}^2}{p_z^2}}$$

$$\text{Soit } B = \frac{I}{\pi^2 \left(R \times \frac{p_{r\,max}}{p_z}\right)^2} \qquad \text{(II 5)}$$

Pratiquement, on s'intéresse à l'ouverture radiale r' du pinceau issu d'un point et on explore un diamètre du faisceau.

On trace ainsi le diagramme (r, r') qui est l'émittance $S_{rr'}$ (Fig. 10). Ici, ce diagramme est un rectangle délimité par $\pm R$ et par $\pm \frac{p_{r\,max}}{p_z}$

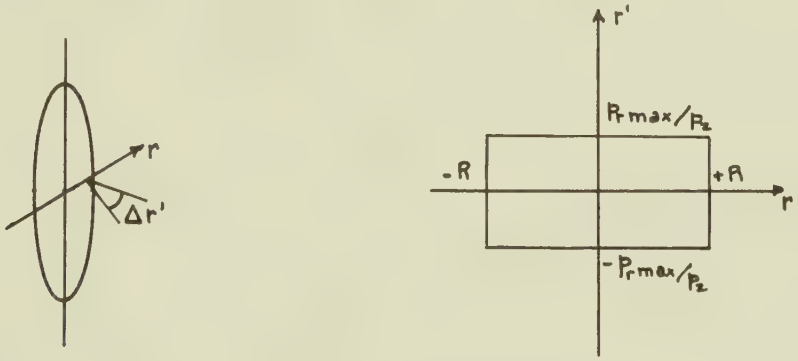



Figure 10 - Emittance de la surface du plasma.

La valeur de l'émittance est alors égale à

$$S_{rr'} = 4\, R \times \frac{p_{r\,max}}{p_z} \qquad \text{(II 6)}$$

En combinant (II 5) et (II 6) on voit que

$$B = \frac{I}{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 (S_{rr'})^2}$$

Un faisceau brillant devra donc avoir $S_{rr'}$ le plus petit possible.

## III - CALCUL DES TRAJECTOIRES.

### III. 1 - Introduction.

Nous avons vu que l'émittance et la brillance caractérisent un faisceau.

L'émittance résume également, les conditions initiales du faisceau à un z donné. Le système d'équation (II 2) permet de passer de l'émittance à z à l'émittance à z + dz. Dans le chapitre précédent, on a démontré que le Jacobien de la transformation est égal à 1. Dans ce chapitre nous allons nous attacher à déterminer les conditions que doit emplir un système électrostatique pour que cette transformation soit linéaire et conserve ainsi les propriétés géométriques de l'émittance.

### III. 2 - Coordonnées et système de force.

Nous employons les coordonnées r, $p_r$, $\theta$, $mr^2\dot{\theta}$ (Fig. 11) et nous ne nous intéressons qu'à r, $p_r$, puisque le système est de révolution ; le système des forces dérivera d'un potentiel V (r, z).

De plus, le mouvement en $\theta$ ne nous intéressant pas, nous supposerons que les particules ont leur vitesse initiale contenue dans un plan passant par l'axe.

Figure 11 - Coordonnées r, θ.

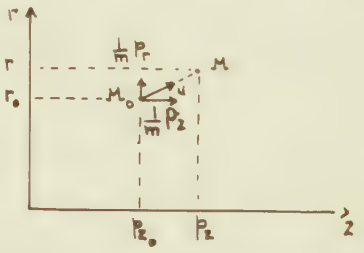



Figure 12 - Construction géométrique de $M_o$ à M.

### III. 3 - Equations classiques sans tenir compte de la charge d'espace.

Soit la particule M située à (r, z)

Les équations décrivant son équilibre à chaque instant sont

$$\frac{dp_r}{dt} = m\,\frac{d^2r}{dt^2} = e.\frac{\partial V(r,z)}{\partial r}$$

$$\frac{dp_z}{dt} = m\,\frac{d^2z}{dt^2} = e.\frac{\partial V(r,z)}{\partial z}$$

Nous éliminons le temps puisque nous nous plaçons en régime continu.

On a, tout d'abord le système (III 1)

(III 1)

$$\begin{cases} r = r_o + \dfrac{p_r}{m}.\,\Delta t \\ p_r = p_{r_o} + e.\dfrac{\partial V(r,z)}{\partial r}\,\Delta t \\ z = z_o + \dfrac{p_z}{m}.\,\Delta t \\ p_z = p_{z_o} + e.\dfrac{\partial V(r,z)}{\partial z}.\,\Delta t \end{cases}$$

(Nous avons affaire au même système d'équations que (II 3). Cette transformation a donc les propriétés énoncées au chapitre II).

Puis le système

$$(III\ 2) \qquad \begin{cases} r = r_o + \left(\frac{dr}{dz}\right)_o \Delta z \\ \frac{dr}{dz} = \left(\frac{dr}{dz}\right)_o + \left(\frac{d^2r}{dz^2}\right)_o \Delta z \end{cases}$$

Calculons $\frac{d^2r}{dz^2}$ à partir des expressions de $p_r$, $p_z$ et $\frac{dr}{dz}$ tirées de (III 1) et de (III 2)

$$p_z = p_{z_o} + e.\frac{\partial V(r,z)}{\partial z} \Delta t \qquad (\alpha)$$

$$p_r = p_{r_o} + e.\frac{\partial V(r,z)}{\partial r} \Delta t \qquad (\beta)$$

$$\frac{dr}{dz} = \left(\frac{dr}{dz}\right)_o + \left(\frac{d^2r}{dz^2}\right)_o . \Delta z \qquad (\gamma)$$

et des relations :

$$p_r = p_z \times \frac{dr}{dz} \qquad (\delta)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{p_{z_o}} m \qquad (\omega)$$

Remplaçons dans ($\delta$) $p_z$, $p_r$ et $\frac{dr}{dz}$ par leur valeur tirée de ($\alpha$), ($\beta$) et ($\gamma$) et $\Delta t$ par ($\bar{\omega}$)

Il vient :

$$p_{r_o} + e.\frac{\partial V(r,z)}{\partial r} . \frac{\Delta z\, m}{p_{z_o}} = \left[\left(\frac{dr}{dz}\right)_o + \left(\frac{d^2r}{dz^2}\right)_o \Delta z\right] \left[p_{z_o} + em \frac{\partial V(r,z)}{\partial z} \frac{\Delta z}{p_{z_o}}\right]$$

En négligeant les termes en $\Delta z^2$ et en écrivant que

$$p_{r_o} = \left(\frac{dr}{dz}\right)_o . p_{z_o}$$

On obtient

$$\left(\frac{d^2r}{dz^2}\right)_o = e.m \frac{1}{p_{z_o}^2} \left[\frac{\partial V(r,z)}{\partial r} - \frac{\partial V(r,z)}{\partial z} \left(\frac{dr}{dz}\right)_o\right]$$

Calculons $p_{z_o}^2$

D'après l'intégrale des forces vives (qui résulte du système (III. 1).

$$p_r^2 + p_z^2 = 2\, e\, m\, V(r,z)$$

soit

$$p_z^2 \left(1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right) = 2\, e\, m\, V(r,z)$$

et

$$\frac{em}{p_{z_o}^2} = \frac{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)_o^2}{2\, V(r,z)}$$

Soit, en définitive :

$$\left(\frac{d^2r}{dz^2}\right)_o = \frac{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)_o^2}{2\,V(r,z)} \left[ \frac{\partial V(r,z)}{\partial r} - \frac{\partial V(r,z)}{\partial z} \left(\frac{dr}{dz}\right)_o \right]$$

Posons $\frac{dr}{dz} = r'$ et remplaçons dans (III 2) $\left(\frac{d^2r}{dz^2}\right)_o$ par sa valeur

Nous aurons donc*

(III 3)
$$\begin{cases} r = r_o + r'_o \Delta z \\ r' = r'_o + \frac{1 + r'^2_o}{2\,V(r,z)} \left[ \frac{\partial V(r,z)}{\partial r} - \frac{\partial V(r,z)}{\partial z} r'_o \right] \Delta z \end{cases}$$

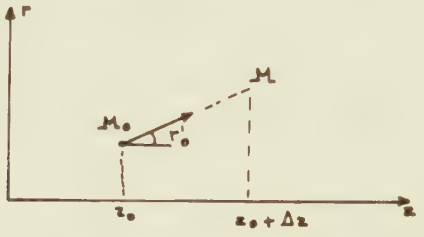



Figure 13 - Construction géométrique de $z_o$ à $z_o + \Delta z$

De cette façon, nous pouvons suivre géométriquement (fig. 13) à partir des conditions initiales et de la connaissance de V(r, z) l'évolution des particules.

Le système d'équation (III. 3. ) nous définit donc la transformation telle que nous l'avions prévue précédemment.

Remarquons que nous avons traité le système (III. 1. ) d'une manière différente de (III. 2. ) En effet ici, nous intégrons entre deux plans z et z + dz alors que nous intégrions entre deux surfaces équipotentielles. Ici, on ne pourrait démontrer que l'émittance $\left(\int r.\,pr\right)$ se conserve car U = V(r, z) et $p_z$ varie sur le plan z.

Les mesures d'émittance devront donc se faire dans un espace équienergie, pour avoir un sens.

Remarque - Emittance en r, r', $S_{rr'}$.

Supposons que nous nous déplaçons comme pour (II 2) d'une surface équipotentielle à une autre et que $r'^2_o \ll 1$

$$r = r_o + r'_o \Delta z$$

$$r' = r'_o + \frac{\partial V(r,z)}{\partial r} \frac{\Delta z}{2V} - \frac{\partial V(r,z)}{\partial z} r'_o \frac{\Delta z}{2V}$$

Le Jacobien est égal à

$$1 - \frac{\partial V(r,z)}{\partial z} \frac{\Delta z}{2V}$$

$$1 - \left(\frac{V}{2V}\right)_r = 1 - \frac{\Delta p_z}{p_z}$$

$$= \frac{p_z - \Delta p_z}{p_z}$$

On voit alors que l'élément dr. dr' varie comme $p_z$ soit $\sqrt{V(r,z)}$ à la distance r de l'axe.

Ces deux équations de (III. 3. ) déterminent complètement le mouvement de z à z + Δz.

* les dérivations par rapport à z des fonctions de z $V_o(z)$ et r(z) seront représentées par ' pour les dérivées premières et par '' pour les dérivées secondes, ect...

III. 4 - Expression analytique de $V(r,z)$.

Faisons un développement du potentiel en fonction de r :

$$V(r,z) = V_o(z) + V_1(z) \cdot r + V_2(z) \cdot r^2 + \ldots .$$

$V_o(z)$ représentant la valeur du potentiel sur l'axe.

Ecrivons que $\Delta V = O$ soit

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = O$$

En identifiant, on trouve alors que

$$V_1(z) = O$$

$$V_2(z) = - \frac{1}{4} \frac{d^2 V_o(z)}{dz^2}$$

Arrêtons le développement au deuxième ordre :

$$V(r,z) = V_o(z) - \frac{d^2 V_o(z)}{dz^2} \frac{r^2}{4} \qquad \text{(III. 4. )}$$

Si nous calculons $\frac{\partial V(r,z)}{\partial r}$, on obtient $- \frac{d^2 V_o(z)}{dz^2} \cdot \frac{r}{2}$ qui définit un champs électrique proportionnel à la distance à l'axe. Dans le domaine de validité de cette formule (environ $\frac{1}{2}$ diamètre d'une lentille) la déviation imposée par le système sera linéaire, ce que l'on recherche dans un système optique.

A partir de cette formule dans son domaine de validité nous sommes donc en mesure de calculer les expressions

$$\frac{\partial V(r,z)}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial V(r,z)}{\partial z}$$

et de les remplacer par leur valeur dans (III. 3. ).

On obtient ainsi :

$$r = r_o + r'_o \, \Delta z$$

$$r' = r'_o + \frac{1 + r'^2_o}{2\left[ V_o(z) - V''_o(z) \frac{r^2}{4} \right]} \left[ - \frac{r_o}{2} \frac{d^2 V_o}{dz} - \left( \frac{dV_o}{dz} - \frac{r_o^2}{4} \frac{d^3 V_o(z)}{dz^3} \right) r'_o \right] \Delta z$$

III. 5 - Aberrations.

Considérons une ellipse (E) de grand axe OM représentant l'émittance du faisceau à $z = zo$ (fig. 14).

Pour ne pas introduire d'aberrations, il faut que la transformation soit linéaire de zo à $zo + \Delta z$

$$\begin{cases} r = a.r_o + b.r'_o \\ r' = c.r_o + d.r'_o \end{cases} \qquad \text{(III. 5. )}$$

a et b ayant une valeur déterminée pour un z donné, independamment de r.

En effet, si la transformation n'est pas linéaire, l'ellipse ne se conserve pas.

Dans ce cas, des faisceaux dont les points représentatifs dans l'espace des phases se trouvent sur une droite passant par l'origine ne restent pas alignés (fig. 15), et l'ellipse se déforme (fig. 16).

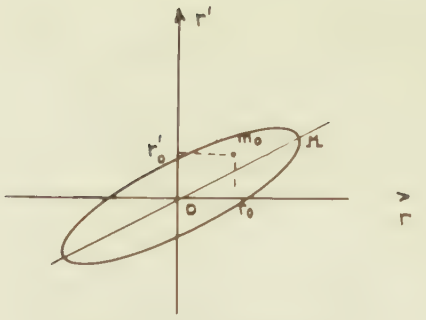



Figure 14 - Emittance.

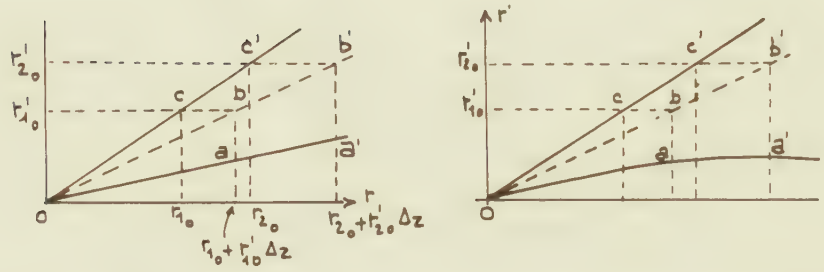



Figure 15 - Comparaison transformations linéaire et non linéaire.

| Transformation linéaire | Transformation non linéaire |
|---|---|
| $\overline{b'c'} = \overline{bc} \times \frac{r_2}{r_1}$ | $\overline{b'c'} = \overline{bc} \times \frac{r_2}{r_1}$ |
| $\overline{ab} = a_x r'_{1_0} + b x r_1$ | $\overline{ab} = a x r'_{1_0} + b x r_1 + e x r_1^2$ |
| $\overline{a'b'} = ab \times \frac{r_2}{r_1}$ | $\overline{a'b'} \neq \overline{ab} \times \frac{r_2}{r_1}$ |

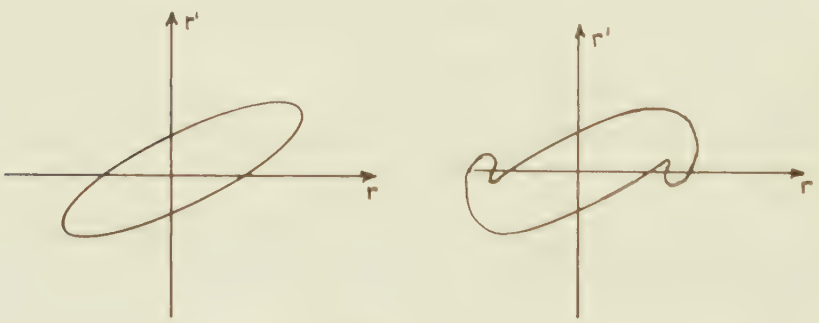



Figure 16 -

La focalisation va alors diminuer la qualité du faisceau au sens où nous l'avons définie.

On va alors chercher dans quelles conditions les équations (III. 3. ) ne donnent pas d'aberrations.

Récrivons (III. 3. ) compte tenu de (III. 4).

$$V(r,z) = V_0(z) - \frac{r^2}{4} \cdot \frac{d^2V_0^{(z)}}{dz^2} \qquad \text{(III. 4. )}$$

donc

$$\begin{cases} r = r_0 + r'_0 \Delta z \\ r' = r'_0 + \dfrac{1 + r'^2_0}{2\left[V_0(z) - \frac{r^2}{4} V''_0\right]} \left[ - \frac{r_0}{2} V''_0 - \left(V'_0 - \frac{r_0^2}{4} V'''_0\right) \cdot r'_0 \right] \Delta z \end{cases} \qquad \text{(III. 3. )}$$

Comparons avec (III. 5. )

a) il faut que $r_o'^2 \ll 1$

Le faisceau ne doit pas être trop ralenti, si on emploie une lentille type Einzel, pour les intensités considérées celà correspond à 20 ou 30 kV. En effet, la valeur de la surface de phase varie comme $(V)^{-\frac{1}{2}}$ et pour un faisceau de 1 ou 2 cm de diamètre, on peut atteindre des angles importants.

Prenons par exemple une surface de phase de $100\pi$ µrad à 200 KV. Si le diamètre du faisceau est de 4 mm, la divergence maximum de l'ellipse centrée est de $25.10^{-3}$ rad. Ici, $r'^2 \ll 1$.

Si, par contre, on ralentit le faisceau à 2 KV, la surface devient de $1000\pi$ µrad et pour un diamètre de 10 mm la divergence est de l'ordre de $10^{-1}$ radian. La valeur de $r'^2$ est $10^{-2}$ mais peut être plus importante si l'ellipse n'est pas centrée (convergente ou divergente due à la charge d'espace comme nous le verrons (Fig. 17).

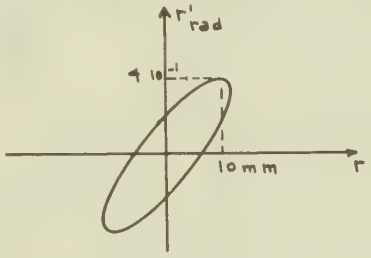



Figure 17 - Emittance à faible énergie.

b) Considérons le coefficient de $r_o$ en supposant que $r_o'^2 \ll 1$.

on a $$- \frac{V_o''}{2\left(V_o(z) - V_o''(z)\ \frac{r^2}{4}\right)}$$

soit $$- \frac{V_o''}{2\left[V_o(z)\left(1 - \frac{V_o''(z)}{V_o}\ \frac{r^2}{4}\right)\right]}$$

Pour linéariser il faut donc que

$$\frac{V_o''(z)\ .\ r^2}{4\ V_o} \ll 1$$

Cherchons à apprécier l'écart de linéarité en fonction des caractéristiques d'une lentille classique formée de 2 cylindres coaxiaux (Fig. 18) portés aux tensions $V_1$ et $V_2$. La lentille est caractérisée par le rapport $V_2/V_1$ et son rayon R.

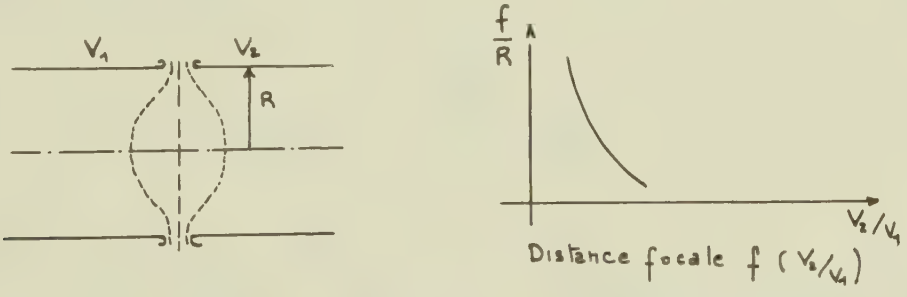



Figure 18 - Lentille formée de deux cylindres.

On peut tracer les courbes

$$V_o = \frac{V_2 - V_1}{2}\ f\left(\frac{z}{R}\right) + V_1$$

et

$$R^2 \frac{V_o''(z)}{4} = g\left(\frac{z}{R}\right) \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{V_2 - V_1}{2}$$

A partir de ces courbes on peut représenter la variation de la quantité

$$\frac{R^2 . V_o''(z)}{4 V_o} \quad \text{en fonction de} \quad \frac{z}{R}$$

soit (Fig. 19) :

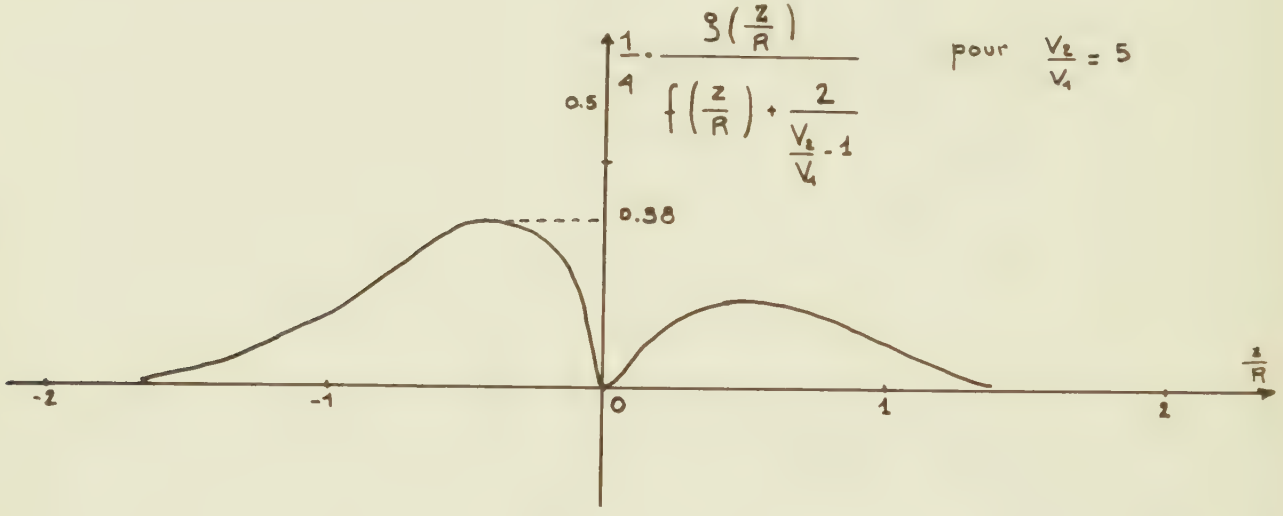



Figure 19 - Courbe donnant $\frac{R^2 V''}{4 V_o}$ en fonction de z/R dans une lentille.

$$\frac{R^2 V_o''(z)}{4 V_o} = \frac{g\left(\frac{z}{R}\right) \frac{V_2 - V_1}{2}}{4\left[\frac{V_2 - V_1}{2} f\left(\frac{z}{R}\right) + V_1\right]} - \frac{g\left(\frac{z}{R}\right)}{4\left[f\left(\frac{z}{R}\right) + \frac{2}{\frac{V_2}{V_1} - 1}\right]}$$

On peut connaître pour différentes valeurs de $V_2/V_1$ la valeur maximum $l$ de cette quantité C'est-à-dire :

$$\frac{R^2 V_o''\left(\frac{z}{R}\right)}{4 V_o\left(\frac{z}{R}\right)} \leq l$$

soit :

$$\frac{V_o'' . r^2}{4 V_o} \leq l \quad \frac{r^2}{R^2}$$

Ainsi pour une valeur de $V_2/V_1$ on peut connaître l'écart à la loi linéaire pour $\frac{r^2}{R^2}$ donné.

$\frac{r^2}{R^2}$ définit le domaine d'utilisation de la lentille. Pour appliquer le théorème de la divergence, on s'est imposé que $\frac{r^2}{R^2} < \frac{1}{4}$

Nous considérons également $\frac{r^2}{R^2} < \frac{1}{10}$ qui introduit une condition plus stricte quant à la zone utile des lentilles mais permet d'utiliser des lentilles plus convergentes.

Les tableaux ci-dessous établissent la précision espérable pour plusieurs valeurs de $V_2/V_1$ et pour 2 valeurs de $\frac{r^2}{R^2}$

| $V_2/V_1$ | $l$ | $r^2/R^2$ | $r^2V_o''/4V\max.$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 0.14 | 1/4 | 3.5/100 |
| | | 1/10 | 1.4/100 |
| 4 | 0.33 | 1/4 | 8.2/100 |
| | | 1/10 | 3.3/100 |
| 5 | 0.38 | 1/4 | 9.5/100 |
| | | 1/10 | 3.8/100 |
| 7 | 0.47 | 1/4 | 12/100 |
| | | 1/10 | 4.7/100 |
| 9 | 0.53 | 1/4 | 13/100 |
| | | 1/10 | 5.3/100 |

On peut remarquer que :

1/ On aura une précision d'autant meilleure que la lentille est plus faible ($V_2/V_1$ petit)

2/ Si la lentille a une convergence importante on a intérêt à travailler dans un domaine tel que $\frac{r^2}{R^2} < \frac{1}{10}$

c) Considérons le coefficient de $r_o'$

Nous nous placerons dans le même domaine et pourrons écrire

$$\left(1 - V_o' \frac{1}{2V_o} \Delta z\right) r_o'$$

Conclusion sur cette discussion

Nous emploierons le théorème de la divergence et conserverons les termes risquant d'introduire les aberrations. Nous contrôlerons ainsi sur les résultats que l'aberration introduite est négligeable.

A priori, nous nous imposerons $r^2/R^2 < 1/4$ si la lentille est faible (lentille entrée d'un tube par exemple) et $\frac{r^2}{R^2} < \frac{1}{10}$ si la lentille est très convergente (focalisation sitôt à la sortie de la source).

Les équations s'écriront finalement

$$\begin{cases} r = r_o + r_o' \Delta z \\ r' = r_o' + \dfrac{1 + r_o'^2}{\left(V_o - \frac{r^2}{4} V_o''\right)} \cdot 2 \left[ - \left(V_o' - \frac{r^2}{4} V_o'''\right) r_o' - \frac{V_o'' r_o}{2} \right] \Delta z \end{cases}$$

III. 6 - Equations tenant compte de la charge d'espace.

Considérons les équations (III 1) il faut ajouter des termes tenant compte de la répulsion des particules entre elles.

III. 6. 1 - Expression du terme charge d'espace.

Nous nous plaçons en régime continu : toutes les particules passant par le plan P à un instant donné ne sont pas parties au même instant de la source mais leur trajectoire est occupée continûment par les particules produites avant ou après. Nous négligeons les phénomènes transitoires. Ceci nous permet de calculer la force de charge d'espace créée par les particules situées dans le plan P (Fig. 20).

Nous allons faire un certain nombre d'hypothèses.

Soit une particule M à la distance r de l'axe et soit P le plan perpendiculaire à l'axe contenant M (Fig. 20).

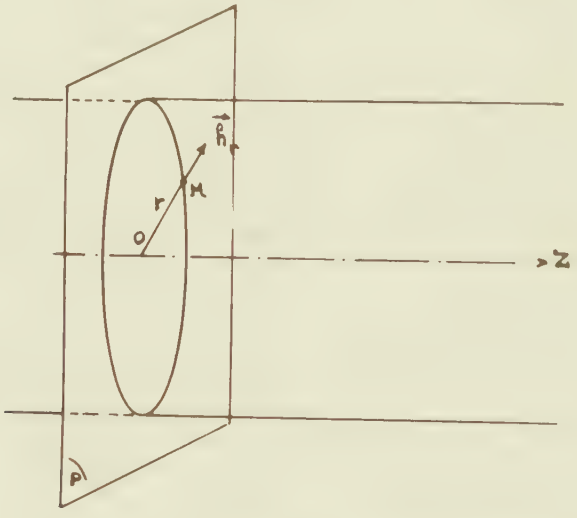



Figure 20 - Force de charge d'espace.

1/ Supposons que la densité du faisceau varie lentement de chaque côté du plan P de manière à ne considérer que les composantes des forces de répulsion situées dans ce plan, les autres s'annulant deux à deux. On suppose alors que le champ est produit par les charges situées dans le cylindre de rayon r, infiniment long, dont la section est partout identique à celle du plan P.

2/ Que la densité des charges dans le plan P est uniforme.

3/ Que la vitesse $V_z$ des particules est la même dans un plan P et égale à $\sqrt{\frac{2\,e\,V_o}{m}}$

En appliquant le théorème de Gauss, le champ est tel que

$$2\pi . r\, h_r = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Q étant la quantité de charges dans le cylindre ci-dessus, par unité de longueur.

$Q = I/v_z . r^2/R^2$ si R est le rayon maximum du faisceau et $v_z$ la vitesse longitudinale des particules

Donc

$$2\pi h_r = \frac{I}{\varepsilon_o . v_z} \cdot \frac{r}{R^2}$$

III. 6. 2 - Equations tenant compte de ce terme.

Les équations deviennent

$$\begin{cases} m \dfrac{d^2r}{dt^2} = e \dfrac{\partial V}{\partial r} + \dfrac{eI}{\varepsilon_o v_z} \dfrac{r}{2\pi R^2} \\ m \dfrac{d^2z}{dt^2} = e \dfrac{\partial V}{\partial z} \end{cases} \qquad \text{(III 6)}$$

R variant à chaque pas d'intégration

Si nous ne faisions pas l'hypothèse n° 1 de la page (19) nous aurions un deuxième terme dans le membre de droite de la deuxième équation du système (III 6). Mais, pour calculer ce champ, il faudrait connaître la répartition de densité des particules, en fonction de z. C'est-à-dire connaître les trajectoires avant de les avoir déterminées ou procéder par retouches successives après une première intégration. Nous supposerons la validité de cette hypothèse.

Considérant le système (III 6) nous pouvons définir U tel que

$$\begin{cases} m \dfrac{d^2r}{dt^2} = e \dfrac{\partial U}{\partial r} \\ m \dfrac{d^2z}{dt^2} = e \dfrac{\partial U}{\partial z} \end{cases} \qquad \text{(III 7)}$$

Alors :

$$U = V + \frac{I}{\varepsilon_o v_z} \frac{r^2}{4\pi R^2}$$

Si on écrit ce système pour un z donné, c'est-à-dire en un point ou R et $v_z$ varient très peu (force de charge d'espace longitudinale négligée), la différence de potentiel supplémentaire due à la charge d'espace

entre $r = O$ et $r = R$ est $\dfrac{I}{4\pi\varepsilon_o v_z}$

pour $I = 0.1$ A

Elle vaut

150 v pour V = 200.000 v

460 v pour V = 20.000 v

1.500 v pour V = 2.000 v

Nous nous imposons de ne pas abaisser l'énergie des particules pour des courants de cet ordre, au dessous de 20 à 30 keV. L'augmentation de ce potentiel traduit l'augmentation des forces de charge d'espace donc de la divergence du faisceau qui ne pourrait être compensée que par une lentille de rapport $V_2/V_1$ très grand. On serait alors conduit à des aberrations importantes. (Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre IV paragraphe 3).

Dans le domaine où l'on se place, on négligera donc ce terme.

Un calcul identique au précédent nous conduit au système suivant :

$$\begin{cases} r = r_o + r'_o \Delta z \\ r' = r'_o + \dfrac{1 + r'^2_o}{2\left(V_o - \dfrac{V''_o r^2}{4}\right)} \left[ - V'_o r'_o - \dfrac{V''_o r_o + \dfrac{I}{2\pi\varepsilon_o V_o^{1/2} R^2} \sqrt{\dfrac{m}{2e}}}{2} \right] \Delta z \end{cases} \qquad \text{(III 8)}$$

Rappelons les hypothèses nécessaires à l'écriture de (III 8).

1/ Mouvement dans le plan défini par la particule et par l'axe.

2/ Application du théorème de la divergence.

$$V(r, z) = V_o - \frac{r^2}{4} V_o''$$

3/ Densité de courant uniforme dans le faisceau.

III. 7 - Méthode de calcul.

III. 7. 1 - Utilisation de l'ordinateur IBM 7094.

Nous utilisons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} r = r_o + r_o' \Delta z \\ r' = r_o' + \dfrac{1 + r_o'^2}{2\left(V_o - \dfrac{V_o'' r^2}{4}\right)} \left[ - V_o' r_o' - \dfrac{V_o'' r_o}{2} + \dfrac{I}{2\pi\varepsilon_o V_o^{1/2} R^2} \sqrt{\dfrac{m}{2e}} \right] \Delta z \end{cases}$$

On peut suivre d'un pas d'intégration au suivant la position (r, r') de la particule en fonction de z. Le calcul pourrait être fait graphiquement, seule méthode possible il y a quelques dix ans.

Nous avons pu utiliser l'IBM 7094 de Saclay. Le processus d'intégration de Runge-Kuta dont le programme existe en bibliothèque à l'IBM, permet sans choisir des pas d'intégration trop petits (ce qui augmenterait le temps d'utilisation de l'ordinateur) d'atteindre une grande précision.

III. 7. 2 - Calcul de $R_{max}$

Pour suivre l'évolution de la surface de phase nous prenons un nombre n de faisceaux répartis sur le pourtour, on peut ainsi connaitre le rayon $R_{max}$ à chaque pas, et l'introduire dans les formules (III 8).

Il sera pris à chaque pas d'intégration égal à la valeur maximum de n faisceaux. On trouve par des essais que n = 10 faisceaux est le nombre minimum à prendre (Fig. 21).

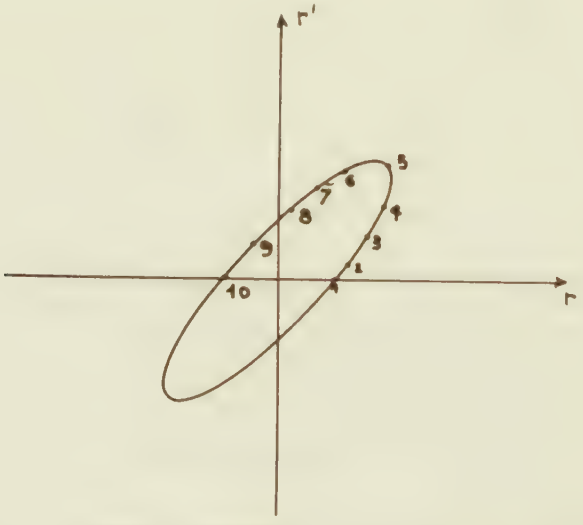



Figure 21 - Pinceaux élémentaires sur le pourtour de l'émittance.

Il faut montrer que les faisceaux sur le pourtour délimitent toujours l'émittance. En effet, lorsque l'on intègre les équations (III 8), d'un pas d'intégration à l'autre, r varie de r à r + dr. Les forces de focalisation varient comme r de même que les forces de charge d'espace en première approximation entre r et r + dr. Le mouvement est tangent à un mouvement de la forme.

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + kr = 0$$

soit $$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + kr^2 = cte$$

ou $$\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 V_z^2 + kr^2 = cte$$

En considérant que $V_z$ varie peu pendant une intégration, chaque point (r, r') se déplace sur une ellipse ou une hyperbole suivant le signe de k et l'émittance se déduit globalement par ce mouvement.

III. 7. 3 - Aberrations.

Nous placerons une ellipse comme condition initiale et nous éliminerons les solutions faisant apparaître des aberrations trop importantes qui conduiraient à un faisceau de mauvaise qualité.

III. 8 - Autres calculs possibles.

Rappelons les hypothèses faites.

a) le mouvement s'effectue dans un plan passant par l'axe.

b) la densité du faisceau est supposée uniforme à chaque pas d'intégration.

c) on néglige la variation de la densité le long de l'axe dans le calcul des forces de charge d'espace.

III. 8. 1 - Résolution de l'équation de Poisson $\Delta U = \rho / \varepsilon_o$.

Cette méthode s'affranchit des hypothèses b), c).

On conserve l'hypothèse a) car la résolution de cette équation n'est praticable que dans cette hypothèse.

Ce calcul permet à partir de la connaissance du potentiel sur les électrodes et pour une répartition des charges dans le plan donné de trouver les trajectoires des particules par le calcul de U en chaque point du plan. Mais pour connaître la répartition des charges, il faut avoir déterminé les trajectoires des particules.

Ce sera donc une méthode de relaxation c'est-à-dire que l'on détermine une solution avec les hypothèses ci-dessus par exemple. Puis on calcule le potentiel en chaque point par la résolution de $\Delta U = \rho / \varepsilon_o$. Ceci permet de trouver d'autres trajectoires. Puis, à nouveau, une autre répartition du potentiel U jusqu'à ce que les calculs convergent vers un système de trajectoires fournissant la répartition de U qui a permis de les calculer.

Ce programme n'a pas été utilisé. Il se justifie entre le plasma et l'électrode d'extraction. L'extraction du type Pierce, qui est un cas particulier de résolution de l'équation de Poisson a donné de bons résultats.

III. 8. 2 - Programme ne conservant que l'hypothèse c

Le faisceau est découpé en pinceaux élémentaires.

On ne fait pas d'hypothèse sur la répartition en densité ; l'action des pinceaux entre eux étant calculée à chaque pas.

Nous verrons, sur un exemple, que les écarts entre les résultats par cette méthode et par la méthode conservant toutes les hypothèses ne sont pas supérieurs à 10 %.

III. 9 - Conclusion.

Nous voyons que nous disposons d'un système de calcul complet permettant de définir complètement un projet d'accélérateur. Ce système n'aura pas d'aberration si le faisceau n'occupe pas plus du tiers des lentilles et si le faisceau n'est pas ralenti à une énergie inférieure à 20 ou 30 keV.

Nous allons voir, en détail, comment on peut concevoir un préaccélérateur.

## IV - DETERMINATION PRATIQUE D'UN ACCELERATEUR

### IV. 1 - Introduction.

Nous venons de voir de quelle manière on peut calculer les trajectoires des particules et comment on peut déterminer le pourcentage d'aberrations en contrôlant l'évolution d'une émittance idéale à travers le préaccélérateur.

Nous allons tout d'abord, examiner chaque élément indépendamment : le tube accélérateur et la lentille de focalisation. Nous supposerons que la source fournit un courant d'ions dont la direction moyenne est nulle à l'énergie d'extraction $eV_o$, qui est de l'ordre de quelques 10 keV.

Cette étude préliminaire permettra d'évaluer l'intensité limite d'un système composé d'une lentille simple. Puis nous donnerons une méthode de détermination et de réalisation de la loi du potentiel depuis $V_o$ jusqu'à l'énergie finale.

### IV. 2 - Le tube accélérateur.

Les ions y sont accélérés depuis leur énergie d'entrée $e\Phi$ jusqu'à leur énergie finale $eU$.

Si $l$ est la longueur, $\frac{U - \Phi}{l}$ est le gradient g (V/cm) du tube. Le potentiel varie alors comme $V = \Phi + \frac{U - \Phi}{l} . z$

Les caractéristiques d'un tube sont :

- son diamètre utile D
- la tension d'entrée $\Phi$
- le gradient g

Ces trois caractéristiques sont déterminées comme nous allons le voir par le calcul de focalisation. Mais nous pouvons déjà dire que :

- le diamètre utile sera limité par des raisons technologiques d'encombrement. En effet, le diamètre des porcelaines isolantes est de l'ordre de 2 à 3D soit 40 à 60 cm pour D = 20 cm. Il est difficile technologiquement d'envisager plus.

- $\Phi$ ne devra pas être inférieur à 20 ou 30 kV (cf III. 5).

- le gradient g est limité pour des raisons de tenue en tension. On se limite raisonnablement à un champ de 20 kV/cm. Si on veut aller plus haut, il faut mettre en oeuvre une technologie spéciale (cf C. E. R. N. B 14).

#### IV. 2. 1 - Focalisation à l'entrée du tube.

Traçons la variation de V, en fonction de z (Fig. 22).

La courbe idéale est une droite AB. En réalité aux points A et B, V' varie de g à zéro d'une manière continue. Il y a donc un effet focalisant en A (V'' > 0) et défocalisant en B (V'' < 0)

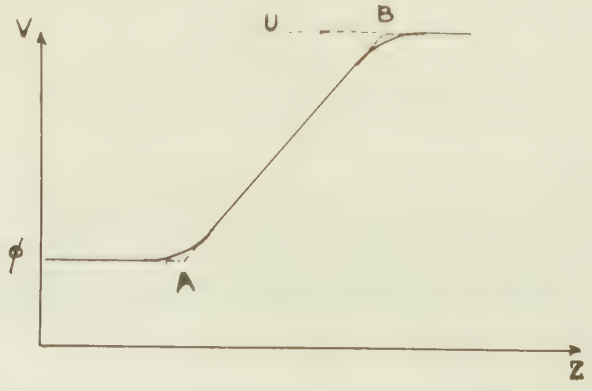



Figure 22 - V(z) dans un tube accélérateur.

Une valeur approchée de la distance focale est :

en A $F_A = \frac{4\Phi}{g}$ , en B, $F_B = \frac{4U}{g}$

Dans une première approximation, on néglige $f_B$ car $U \gg \Phi$.

Pour choisir $\Phi$ et g on prendra le critère suivant :

La divergence du faisceau due à la charge d'espace pendant l'accélération doit être, en gros, compensée, au départ, par la convergence donnée par la lentille $f_A$.

IV. 2. 2 - Choix des caractéristiques pour un faisceau d'émittance nulle.

Nous allons résoudre le système (III 8) dans ce cas particulier en supposant, de plus que $r'^2_o < 1$.

Nous en déduirons une forme de solution entraînant une discussion sur le choix de D, $\Phi$ et g.

(III 8) devient, compte tenu que $V'' = 0$.

$$r = r_o + r'_o . \Delta z$$

$$r' = r'_o + \frac{1}{2V_{(z)}} \left[ -V' r'_o + \frac{I}{2\pi\varepsilon_o V_{(z)}^{1/2} R_o^2} \sqrt{\frac{m}{2e}} r_o \right] \Delta z$$

Comme l'émittance est nulle, il suffit de suivre la trajectoire de la particule externe

$$R = R_o + R'_o \Delta z$$

$$R' = R'_o + \frac{1}{2V_{(z)}} \left[ - V'R' + \frac{I}{2\pi\varepsilon_o V_{(z)}^{1/2} R} \sqrt{\frac{m}{2e}} \right] \Delta z$$

ce qui revient à l'équation différentielle

$$\frac{d^2R}{dz^2} = \frac{1}{2V_{(z)}} \left[ - V'R' + \frac{I}{2\pi\varepsilon V_{(z)}^{1/2} R} \sqrt{\frac{m}{2e}} \right] \qquad \text{(IV 1)}$$

Nous partons de la haute tension vers l'entrée du tube, on a $V = U - gz$ et $V' = -g$.

A la sortie du tube à l'énergie eU le faisceau aura un rayon $R_u$ et de direction moyenne nulle soit $R' = 0$. On satisfait bien le critère en imposant ces conditions de départ. La résolution de (IV 1) nous fournit donc les conditions d'entrée à différentes énergies.

Avant de résoudre (IV 1) écrivons-la avec des variables sans dimension. On pourra ainsi simplifier la discussion.

Pour se faire, posons :

$$Z = \frac{gz}{U} \qquad \text{et} \qquad \xi = \frac{R}{R_u}$$

On obtient

$$\frac{d^2\xi}{dZ^2} = \frac{d\xi}{dZ} \frac{1}{2(1-Z)} + \frac{K}{\xi(1-Z)^{3/2}} \qquad \text{(IV 2)}$$

avec $K = \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{I U^{1/2}}{R_u^2 g^2}$

Nous pouvons résoudre (IV 2) pour différentes valeurs de K et les solutions, par analogies, s'appliqueront à de nombreux cas.

Considérons U = 750 kV, I = 100 mA, g = 15 kV/cm et $R_u$ = 1 cm.

On obtient K = 0,25.

Notre point de départ sera K = 0,25 et nous considèrerons K = 0,75, 1,25, 1,75.

IV. 2. 2. 1 - Influence du diamètre du tube.

La résolution à l'I. B. M. de l'équation IV. 2 donne $\xi(Z)$ pour les différentes valeurs de K .

La figure 22b nous donne ces trajectoires et nous voyons que $\xi = \frac{R}{R_0}$ augmente, vers les basses énergies. Nous nous fixons comme critère que le faisceau entre l'entrée et la sortie au plus double de dimension pour la raison suivante : soit R le rayon du faisceau à l'énergie $e\Phi$.

$$R_\phi = 2R_0 \quad \text{et si} \quad R_0 = 1 \text{ cm} \quad R_f = 2 \text{ cm}$$

Pour ne pas entraîner d'aberration, il faudra que $\frac{D}{2} = 3R$ soit D = 12 cm, ce qui est raisonnable.

Donc, si nous coupons le réseau par $\xi = \frac{R_\phi}{R_0} = 2$, on trouve suivant K différentes valeurs maximum de $Z_1$, qui correspondent à un potentiel d'injection.

Sur la figure 23, nous avons porté $Z_1$ en fonction de K et la zone hachurée est la zone interdite.

Nous voyons que si K augmente, le potentiel $\Phi$ d'injection augmente.

IV. 2. 2. 2 - Influence du critère de convergence.

La lentille $f_A = \frac{4\Phi}{g}$ doit compenser la charge d'espace. Il faut donc qu'elle donne la convergence initiale $\frac{dR_\phi}{dz}/R_\phi$ soit

$$f_A \leqslant \frac{R_\phi}{\frac{dR_\phi}{dz}} \qquad f_A \simeq \frac{4\Phi}{g} = \frac{4U(1-Z_1)}{g}$$

$$\frac{dR}{dz} = \frac{d\xi}{dZ} \cdot \frac{Rg}{U}$$

d'où

$$1-Z \leqslant \frac{\xi}{4\,\frac{d\xi}{dZ}}$$

La figure 24 représente

$$1-Z \quad \text{et} \quad \frac{\xi}{4.\frac{d\xi}{dZ}}$$

D'après l'inégalité ci-dessus, il faut que Z soit compris entre les valeurs correspondant à l'intersection des deux courbes et Z = 1.

Nous traçons sur la figure 23, la zone $Z_1$ permise par ce critère.

IV. 2. 2. 3 - Discussion.

Nous voyons, en considérant la figure 23 que suivant K nous avons une latitude de choix pour $Z_1$.

Pour $K \leqslant 0,25$, nous pouvons injecter dans le tube à une énergie $e\Phi$ arbitraire. Cependant, on se limitera, pour les raisons invoquées au chapitre précédent à des énergies supérieures à 25 kV, soit, si U = 750 kV à $Z_1 < 0,97$.

Si K augmente, cette latitude se restreint et si on veut conserver une certaine marge, il faut que $K \leqslant 0,75$.

Pour fixer les idées,

U = 750 kV

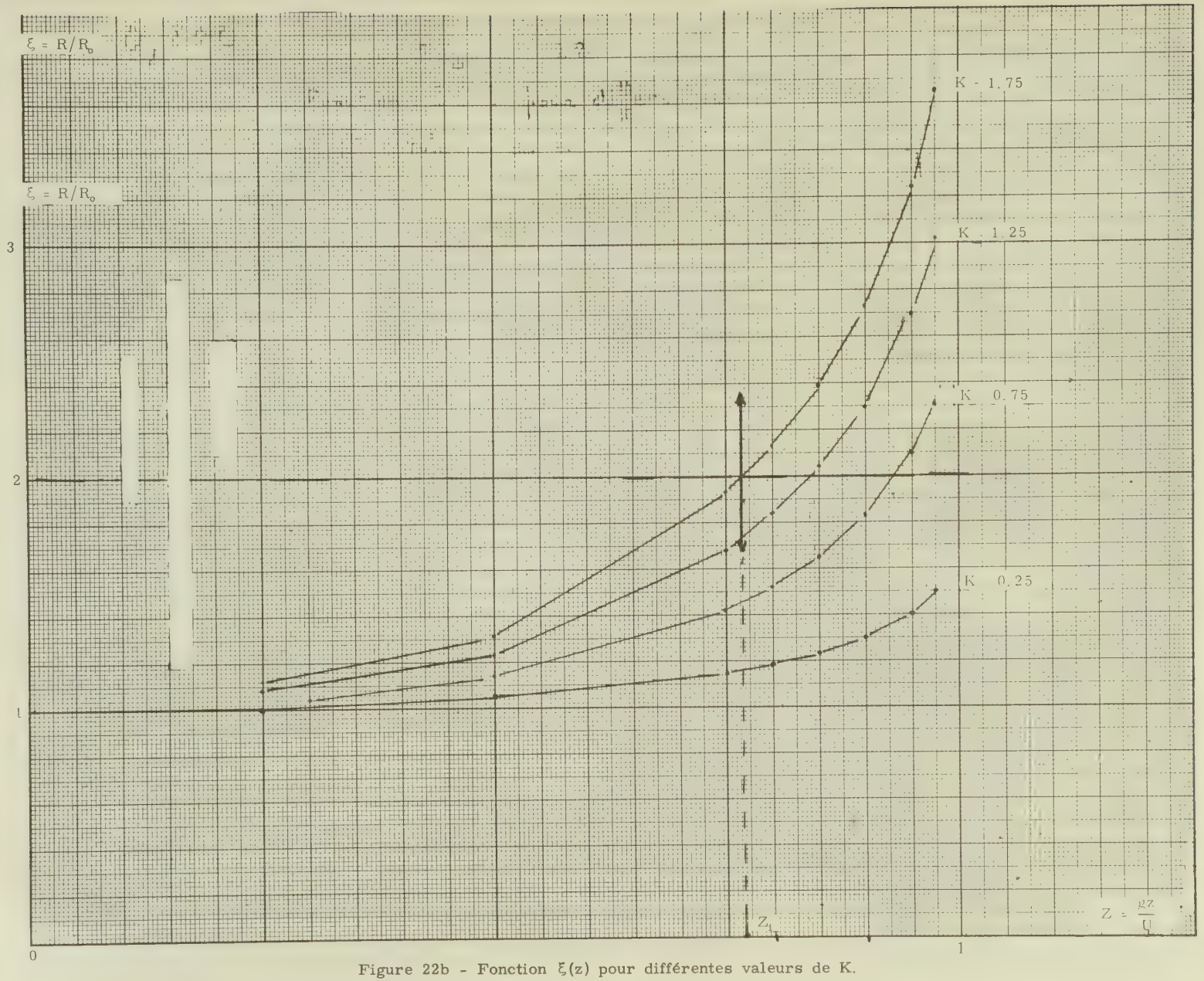



Figure 22b - Fonction $\xi(z)$ pour différentes valeurs de K.

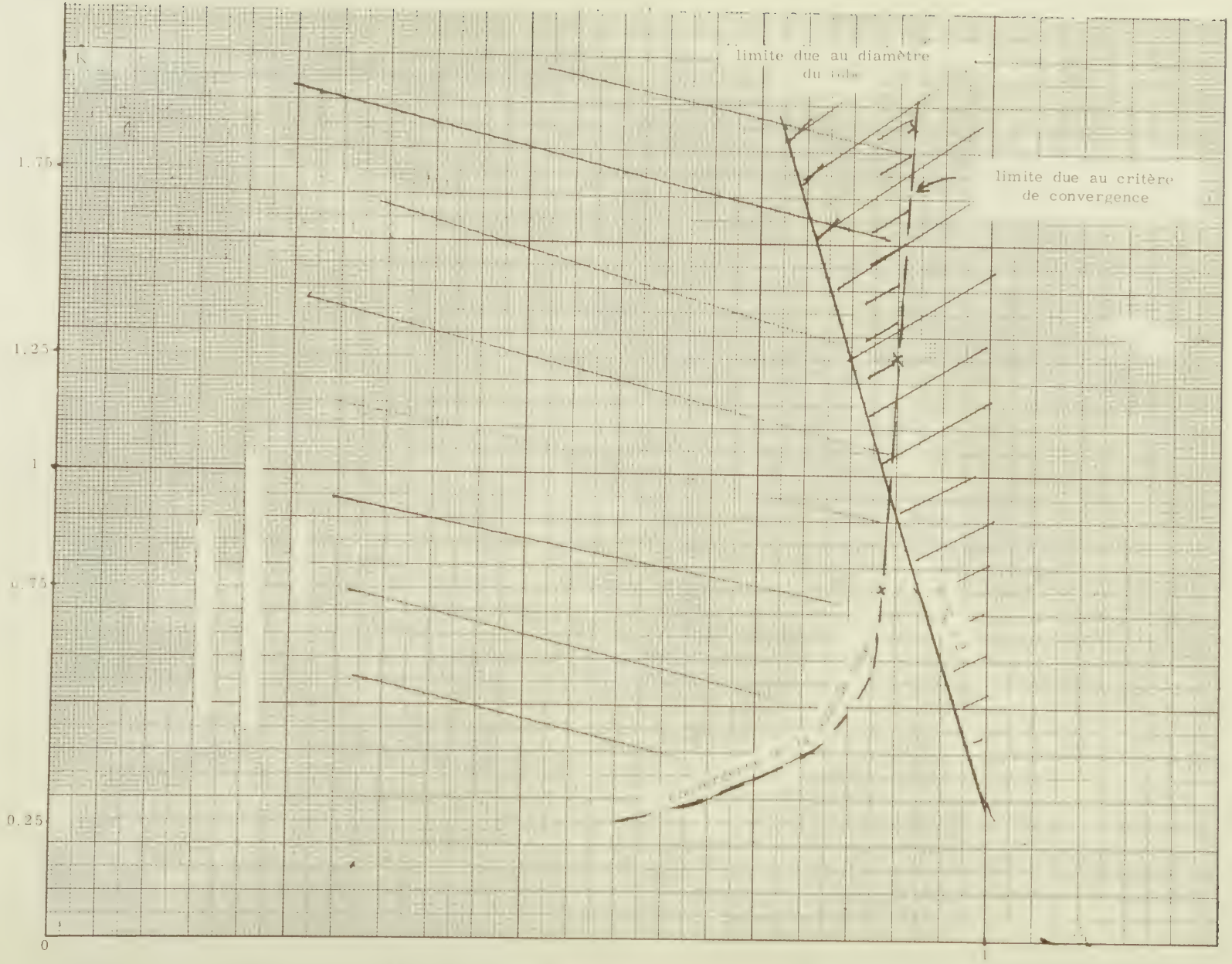



Figure 23 - Zone d'existance de $Z_1$ en fonction de L.

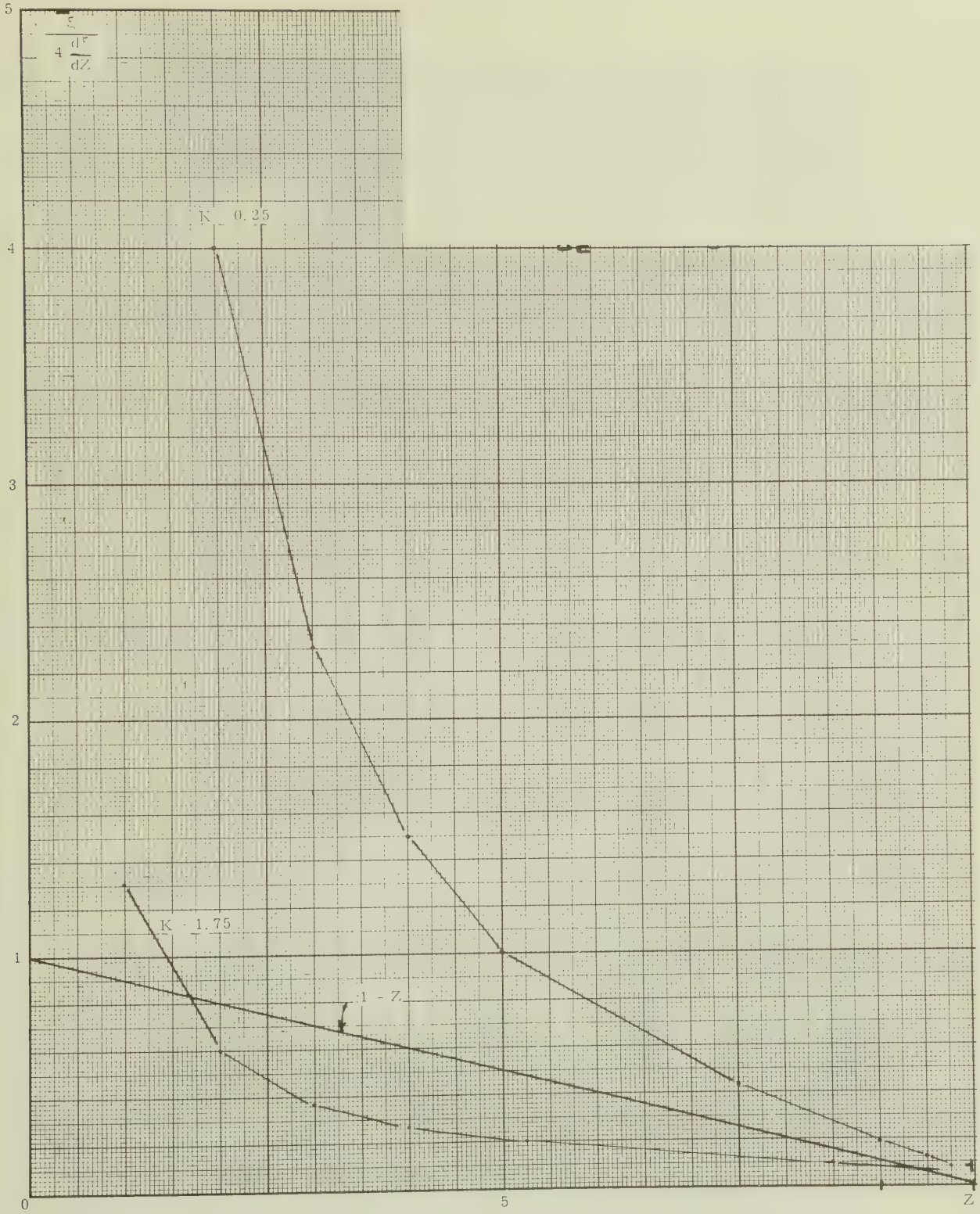



Figure 24 - Fonction $\frac{\xi(Z)}{4\frac{d\xi(Z)}{dZ}}$ pour différentes valeurs de K.

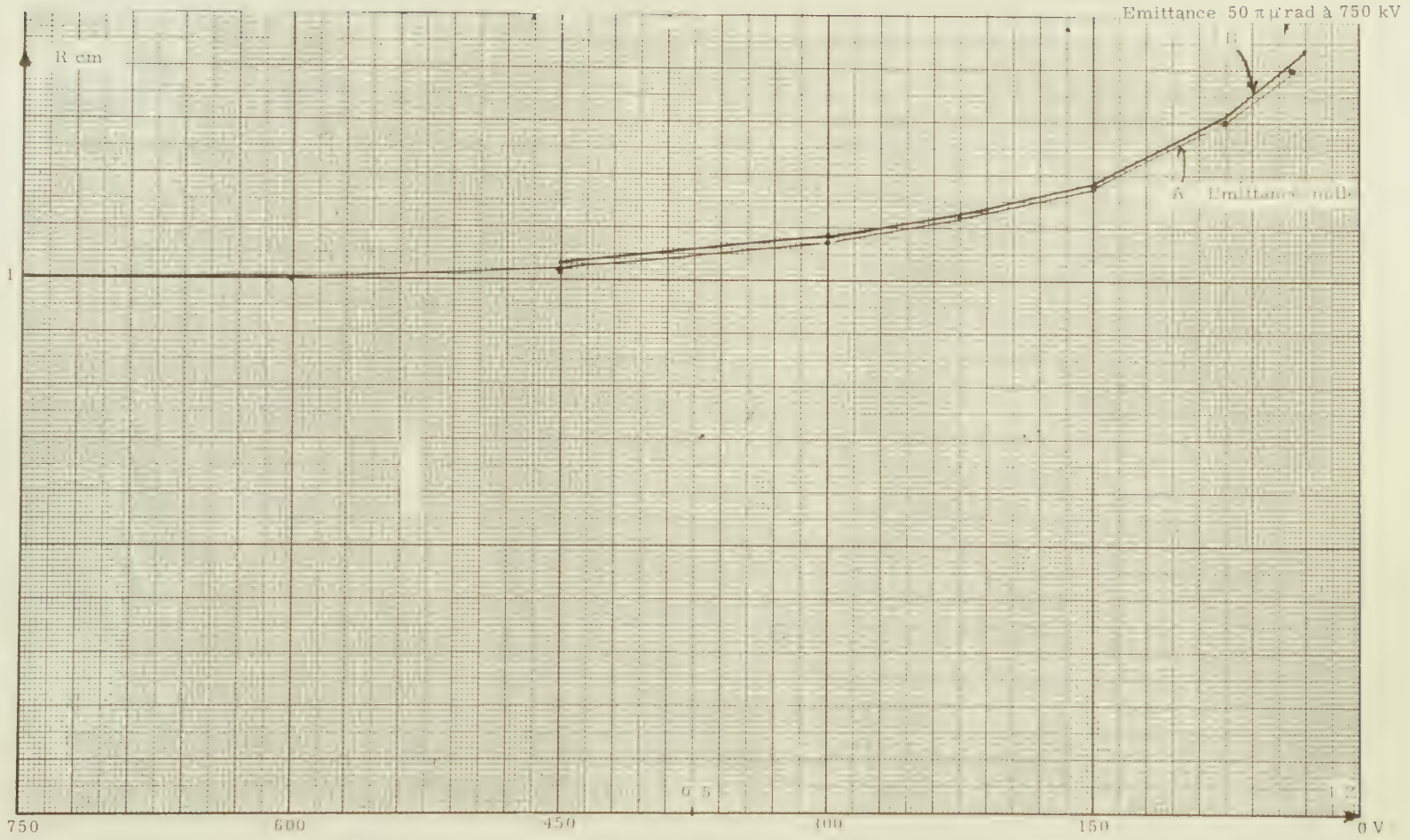



Figure 25 - Enveloppe du faisceau avec et sans émittance pour I = 0.1 A V = 750 kV , g = 15 kV/cm.

$$g_{max} = 20 \text{ kV/cm}$$

$$K = 0,75$$

On aura : $$\frac{I}{R_U^2} = 0,53$$

Ainsi si: $R_u = 1$ cm  $I = 530$ mA

Le tube lui-même ne constitue pas une limite très restrictive.

IV. 2. 3 - Influence de l'émittance sur les résultats précédents.

La dispersion de vitesse que représente l'émittance ne change pas les résultats d'une manière appréciable. En effet, la divergence due à la charge d'espace est d'un ordre de grandeur supérieure.

La figure 25 montre les trajectoires obtenues pour 100 mA avec ou sans émittance dans un tube de 15 kV/cm, = 750 kV, $R_v = 1$ cm.

Les conclusions précédentes demeurent donc valables.

Cependant, il faudra inclure l'émittance dans l'étude complète des aberrations avec la lentille tube.

IV. 3 - Lentille focalisante.

Nous avons dit que la source fournit un faisceau de directions moyennes nulles (cross-over).

Nous verrons que la loi de potentiel jusqu'à $V_o$ est de la forme

$$V = V_o\left(\frac{z}{d}\right)^{4/3}$$

D'autre part, la variation du potentiel dans le tube accélérateur est celle que nous avons examiné ci-dessus.

Si on raccorde ces deux lois comme le montre la figure 26 il apparait en D une lentille divergente et de C, en D, le faisceau diverge par charge d'espace.

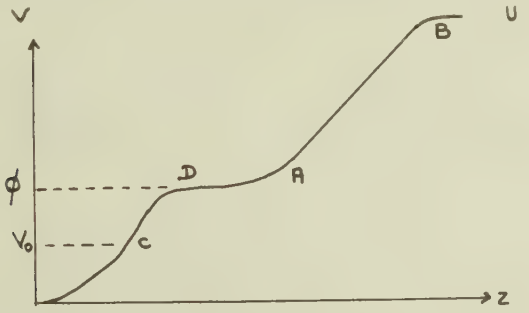



Figure 26 - Raccordement de la loi de Pierce au tube accélérateur.

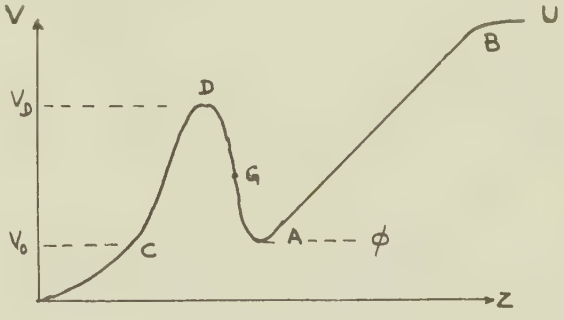



Figure 27 -

Il faut donc ajouter une lentille convergente entre D et A et la courbe devient celle de la figure 27.

Le potentiel en D sera $V_D$ et le rapport $V_D/\Phi$ est de l'ordre de 7 pour que cette lentille soit efficace.

Nous avons vu qu'en A, le rayon du faisceau est $R_\phi$ et on devra obtenir un faisceau de direction moyenne nulle. En D le faisceau est divergent. Le critère d'efficacité sera donc que la lentille fournisse un faisceau parallèle en A à partir d'un faisceau divergent en D.

Comme nous connaissons R, nous ferons, comme pour le tube, le calcul en sens inverse du parcours des ions.

IV. 3. 1 - Loi du potentiel de D → A.

Nous prendrons la loi donnée par deux cylindres coaxiaux aux potentiels (B 11) $\Phi$ et $V_D$ et de rayon H.

$$V = \frac{V_D + \Phi}{2} + \frac{\Phi - V_D}{2} \tanh\left(1,32.\frac{z}{H}\right)$$

En posant : $V_D = (2k + 1)\Phi \qquad t = \tanh\left(1,32\frac{z}{H}\right)$

on a :

$$\begin{cases} V = \Phi\left[1 + k\left(1 + \tanh\left(\frac{z}{H}.\ 1,32\right)\right)\right] \\ V' = \Phi k \frac{1,32}{H}\ (1-t^2) \\ V'' = -k\Phi\left(\frac{1.32}{H}\right)^2.\ 2t.(1-t^2) \end{cases}$$

Soit les rapports qui vont intervenir :

$$\frac{V'}{V} = \frac{1}{H} f\left(\frac{z}{H}, k\right) \qquad \text{et} \qquad \frac{V''}{V} = \frac{1}{H^2} \cdot g\left(\frac{z}{H},\ k\right) \qquad \text{(IV. 1)}$$

et $V = \Phi \times h\left(\frac{z}{H},\ k\right)$

IV. 3. 2 - Calcul simple non compte-tenu de l'émittance.

Reprenons (II - 8) que nous simplifions :

$$\begin{cases} r = r_o + r'_o \cdot z \\ r' = r'_o + \frac{\Delta z}{2V_o}\left[-V'_o r'_o - V''_o \cdot \frac{r_o}{2} + \frac{I\, r_o}{2\pi\varepsilon_o V^{1/2} R^2}\sqrt{\frac{m}{2e}}\right] \end{cases}$$

Ce qui correspond, pour l'enveloppe R du faisceau à l'équation différentielle :

$$\frac{d^2R}{dz^2} + \frac{V'}{2V}.\ R' + \frac{V''}{4V} \cdot R - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \sqrt{\frac{m}{2e}} \cdot \frac{I}{R\, V^{3/2}} = 0 \qquad \text{(IV. 2)}$$

Compte tenu de (IV 1), on a

$$\frac{d^2R}{dz^2} + \frac{1}{2H} \cdot f\left(\frac{z}{H},\ k\right) R' + \frac{1}{4H^2} \cdot g\left(\frac{z}{H},\ k\right) R - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \sqrt{\frac{m}{2e}} \cdot \frac{I}{R V^{3/2}} = 0$$

Posons $\xi = \frac{R}{R_\phi}$, $R_\phi$ rayon initial au potentiel $\Phi$

$$Z = \frac{z}{H}$$

On obtient alors :

$$\frac{d^2\xi}{dZ^2} \frac{R_\phi}{H^2} + \frac{d\xi}{dZ} \frac{R_\phi}{2H^2} f(Z,k) + \xi \frac{R_\phi}{4H^2} g(Z,k) - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{I}{R_\phi \xi\, \Phi^{3/2}\, h^{3/2}(Z,k)} = 0$$

les conditions initiales étant, en A, $R = R_\phi$, $R' = 0$, ou encore :

$$\frac{d^2\xi}{dZ^2} + \frac{1}{2} \frac{d\xi}{dZ} f(Z,k) + \frac{1}{4} \cdot \xi \cdot g(Z,k) - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \sqrt{\frac{m}{2e}} \cdot \frac{I H^2}{R_\phi^2\, \Phi^{3/2}} \frac{1}{\xi . h^{3/2}(z,k)} = 0$$

On se fixe $\frac{H^2}{R_\phi^2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$ à cause des aberrations, la solution ne dépend plus que de $\frac{I}{\Phi^{3/2}}$, pour un k donné.

Discussion.

$\frac{V''}{V}$ qui représente le terme focalisant de l'équation (IV 2) est de la forme

$$\frac{A}{H^2} \times \frac{k}{1 + ak} \quad \text{à un z donné.}$$

C'est une fonction croissante de k. Pour que la lentille soit suffisamment convergente, il faut que $\frac{VD}{\Phi} \simeq 7$, soit $k \sim 3$.

Etant donné que $V_D \sim 7\Phi$, il faut prendre pour $\Phi$ une valeur faible de l'ordre de 20 à 30 kV afin que $V_D$ ne soit pas trop élevé (tenue en tension inter électrodes)

Nous avons tracé, à partir de A vers D (c. a. d. de $\Phi$ vers $V_D$) l'évolution de plusieurs faisceaux de différentes intensités, ayant leur cross-over en A à $\Phi$ = 25 kV (Fig. 28).

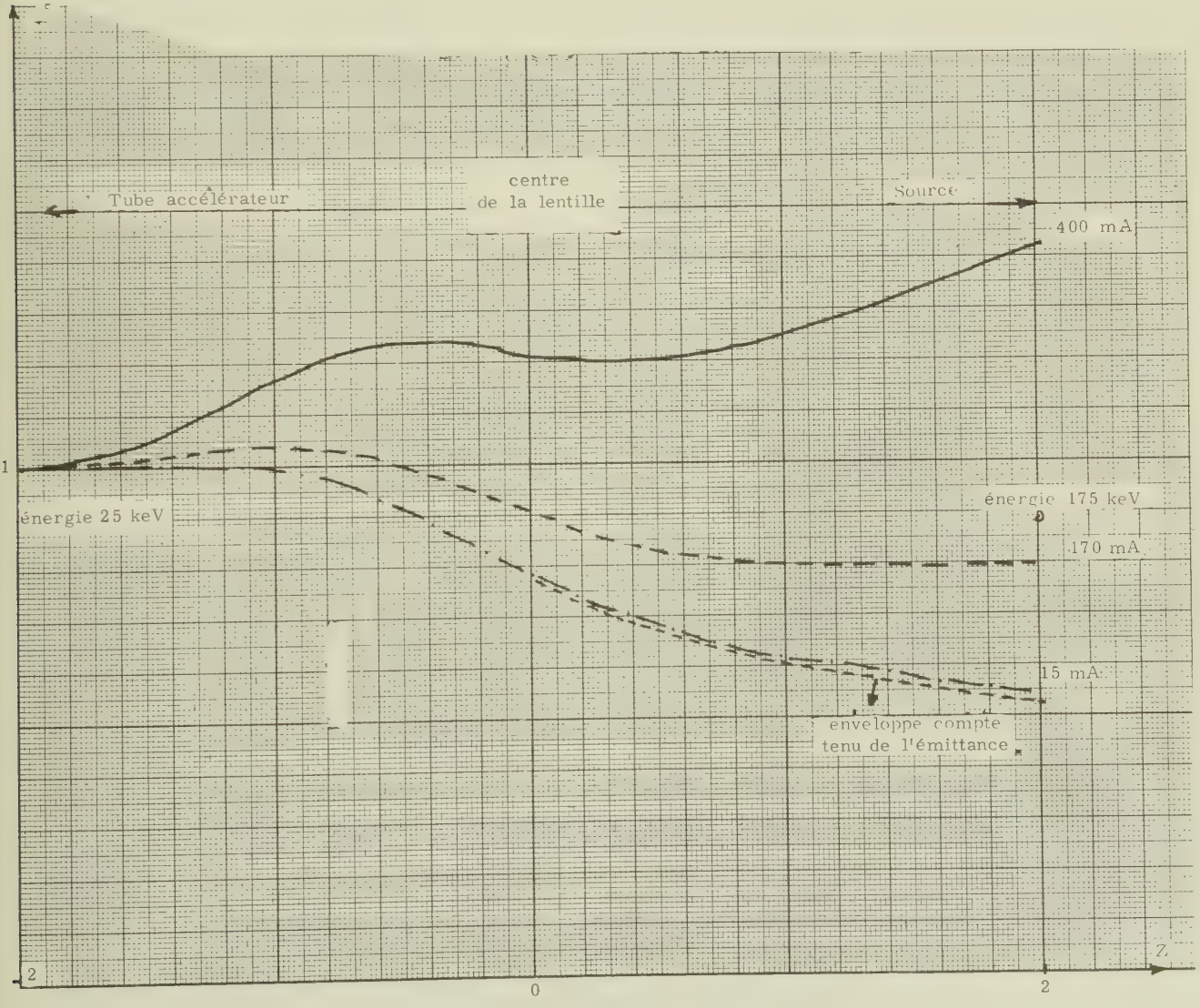



Figure 28 - $\xi = f(z)$ dans une lentille.

On voit que pour 85 mA le faisceau peut être divergent en D, ce qui satisfait le critère énoncé.

Si maintenant on veut réaliser la même chose pour un courant plus élevé, il faut :

- soit augmenter k et on est limité par la tenue en tension
- soit augmenter $\Phi$ et la même limite apparaît car $V_D - \Phi = \Phi(K-1)$ augmente également.

Cependant, la limite en courant sera plus élevée, en conservant $k \sim 3$ et $\Phi = 25$ kV que 85 mA car la lentille tube est surabondante (chapitre précédent : $k \sim 0.25$) et on pourra lui demander de la convergence. On ne peut malgré cela espérer augmenter I de plus d'un facteur 2.

IV. 3. 3 - Calcul rigoureux compte tenu de l'émittance.

Nous voyons ici, encore pour les mêmes raisons, que le résultat est sensiblement le même pour 85 mA. Le faisceau est légèrement plus petit du fait d'une convergence plus élevée sur les bords.

IV. 3. 4 - Conclusion.

Le développement théorique précédent montre que si l'on veut dépasser des courants de l'ordre de 200 mA, il faut faire appel à un autre système de focalisation plus complexe.

IV. 4 - Calcul complet du préaccélérateur.

Nous avons vu une allure générale de la loi de V en fonction de z (Fig. 27).

Pour faire le calcul complet à partir de conditions initiales, il nous faut écrire V(z).

Nous allons l'écrire de C jusqu'à B, en utilisant la variation en tangente hyperbolique qui représente à une très bonne approximation les parties non linéaires de la loi réelle. (voir IV. 4. 3).

IV. 4. 1 - loi V(z)

IV. 4. 1. 1 - De c en D (Fig. 29)

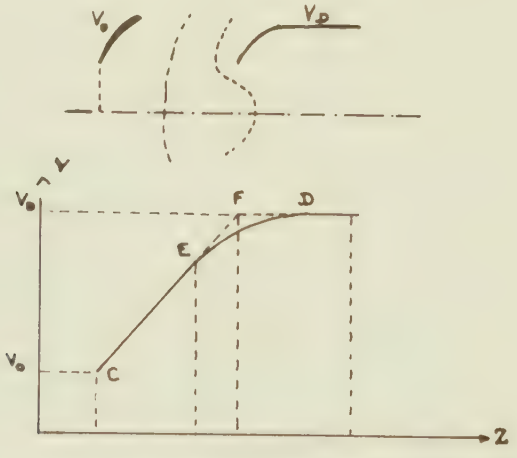



Figure 29 - Lentille divergente de C⟶D.

De C en E, on a $V = Vc + hz$ si h est le champ de raccordement en C.

De E à D, on utilise une loi en tangh en se raccordant au champ h.

$$Z_E - Z_F = H/1.32 \qquad H1 \text{ rayon de l'électrode}$$

$$V_D - V_E = \frac{H \times h}{1.32}$$

et : $$V = V_E + (V_D - V_E) \tanh \left(1.32 \cdot \frac{Z - Z_E}{H}\right)$$

IV. 4. 1. 2 - De D en A, on a déjà vu que

$$V = \frac{V_D + \Phi}{2} + \frac{\Phi - V_D}{2} \quad \text{tangh} \quad \left(1.32 \ \frac{Z - 2G}{H_2}\right)$$

G étant le point où $V = \frac{V_D + \Phi}{2}$, c'est-à-dire le centre de la lentille.

IV. 4. 1. 3 - De A à B (Fig. 30).

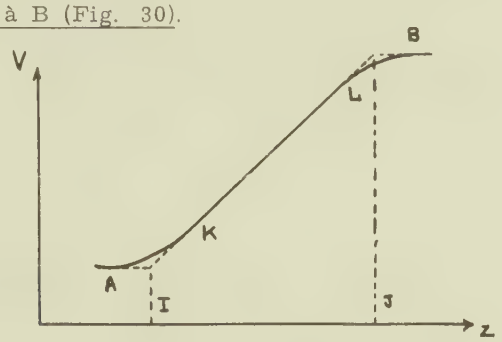



Figure 30 - Potentiel de A⟶B.

Soient I et J les points géométriques de début et de fin du tube.

En K et en L, la loi se raccorde à la loi linéaire de pente g.

$$\text{On a : } \Delta V = V_k - V_A = V_B - V_L = \frac{D/2}{1,32} \cdot g$$

$$Z_K - Z_I = Z_J - Z_L = \frac{D/2}{1,32} = \Delta Z$$

$$\text{et de : A à K} \quad V = \Phi + \Delta V + \Delta V \cdot \text{tangh} \left[1,32 \cdot \frac{Z - Z_K}{D/2}\right]$$

$$\text{K à L} \quad V : V_K + g\,Z$$

$$\text{L à B} \quad V = U - \Delta V + \Delta V \cdot \text{tangh} \left[1,32 \cdot \frac{Z - Z_L}{D/2}\right]$$

IV. 4. 2 - Calcul proprement dit.

En C, on considère un faisceau de diamètre $2\,R_{V_o}$, de direction moyenne nulle l'émittance est une ellipse centrée (Fig. 8).

Les considérations du paragraphe IV 3 nous permettent de concevoir des conditions initiales et une loi V(z) permettant de faire un premier calcul de trajectoires. Suivant le résultat obtenu, on agira sur les paramètres de tension, $V_D$, $\Phi$, $V_o$ et géométriques $H_1$, $H_2$, D, ainsi que sur $R_{V_o}$ pour trouver le minimum d'aberrations.

On obtient alors la loi définitive V(z), $RV_o$ et $V_o$.

Remarque sur $V_o$.

Du fait que l'on est limité par la convergence de la lentille, il apparaît que l'on a intérêt à diminuer, autant que possible, les causes de divergence de $V_o$ à $V_D$. Par exemple à augmenter $V_o$. Nous verrons, par la suite, que $V_o$ est limité par la tenue en tension sur l'électrode d'extraction.

IV. 4. 3 - Réalisation pratique.

Connaissant V(z), il faut déterminer les électrodes réelles. On essaie un premier profil. Un programme de calcul résolvant l'équation de Laplace $\Delta U = 0$ donne la loi V(z) réelle. On retouche les électrodes jusqu'à ce que la loi trouvée coïncide à 1 % près avec la loi théorique et que le

champ électrique sur les électrodes soit compatible avec le claquage. Pratiquement après 2 à 3 essais, on arrive au résultat recherché.

IV. 5 - Conclusion.

Nous voyons que nous sommes en mesure de calculer un préaccélérateur. Le schéma simple que nous proposons nous limite vers 200 mA mais la méthode peut être reconduite pour tout autre principe de focalisation.

Un projet a été fait selon ces concepts pour un courant de 100 mA, et il est, à l'heure actuelle en cours de réalisation. Nous n'en parlerons donc pas.

Nous allons maintenant présenter une vérification expérimentale sur un faisceau de 40, 50 mA, réalisée jusqu'à une énergie de 190 keV.

# ÉTUDE ET RÉALISATION EXPÉRIMENTALE D'UNE SOURCE DUOPLASMATRON POUR UN COURANT DE 50 mA

## I - INTRODUCTION

Le système de focalisation dont nous disposons sur un bâti haute tension accélérant les ions à 180 kV accepte un faisceau de 50 mA tel que $V_o$ = 37.5 kV et $2.R_{V_o}$ = 7 mm.

Nous reviendrons sur cette focalisation par la suite. Il s'agit donc de réaliser une source satisfaisant à ces conditions. Nous avons envisagé une source duoplasmatron et nous décrirons une première tentative se basant sur des considérations empiriques.

L'insuccès obtenu nous a conduit à considérer théoriquement le processus d'extraction d'un faisceau de protons depuis un plasma. Nous avons pu alors, en reprenant les idées de Pierce sur la création d'un faisceau de directions moyennes parallèles, réaliser un faisceau répondant aux caractéristiques ci-dessus. L'aspect théorique de ce montage et la réalisation pratique constitueront la deuxième et la troisième partie de ce chapitre.

## II - PREMIERE REALISATION.

### II. 1 - Source d'ions utilisée.

Nous avons choisi une source duoplasmatron (Fig. 31) (cf B 5). C'est en effet une source facile à fabriquer moyennant quelques précautions en particulier en ce qui concerne la répartition du champ magnétique (cf B 6). Elle est, de plus, reproductible, les phénomènes de surface n'intervenant pas.

L'impulsion d'arc peut être de plusieurs dizaines d'ampères.

### II. 2. - Réalisation.

Le diamètre du faisceau devant être de 7 mm, il n'est pas possible de pratiquer un trou de 7 mm dans l'anode de la source. En effet, dans cette source l'orifice délimitant la zone haute pression de la zone basse pression est de quelques 1/10 mm. Le plasma a la propriété de diffuser par ce trou tant qu'il ne rencontre pas le champ électrique d'extraction.

On réalise alors une chambre d'expansion qui peut avoir des formes différentes suivant les auteurs. Nous avions retenu le montage de Peter Rose (H V E C, B 7) qui offrait l'avantage de présenter un contrôle de la surface émissive du plasma sans champ magnétique auxiliaire (Fig. 32).

Ainsi, suivant la tension d'extraction et la densité des ions présents, le plasma devait se situer à un diamètre déterminé sur le cône. Par exemple, pour une densité donnée, V augmente, le plasma recule vers l'anode pour retrouver le champ électrique correspondant à l'équilibre de la surface émissive. De même, si la densité augmente, pour une tension V , le plasma avance vers les champs plus élevé et son diamètre augmente.

### II. 3 - Bâti de mesure à 20 keV.

La source a été montée sur un bâti de mesure d'émittance qui comprend (Fig. 33).

a) Une électrode d'extraction dont on peut porter la tension par rapport à la source jusqu'à 30 kV.

b) Un dispositif de mesure d'émittance.

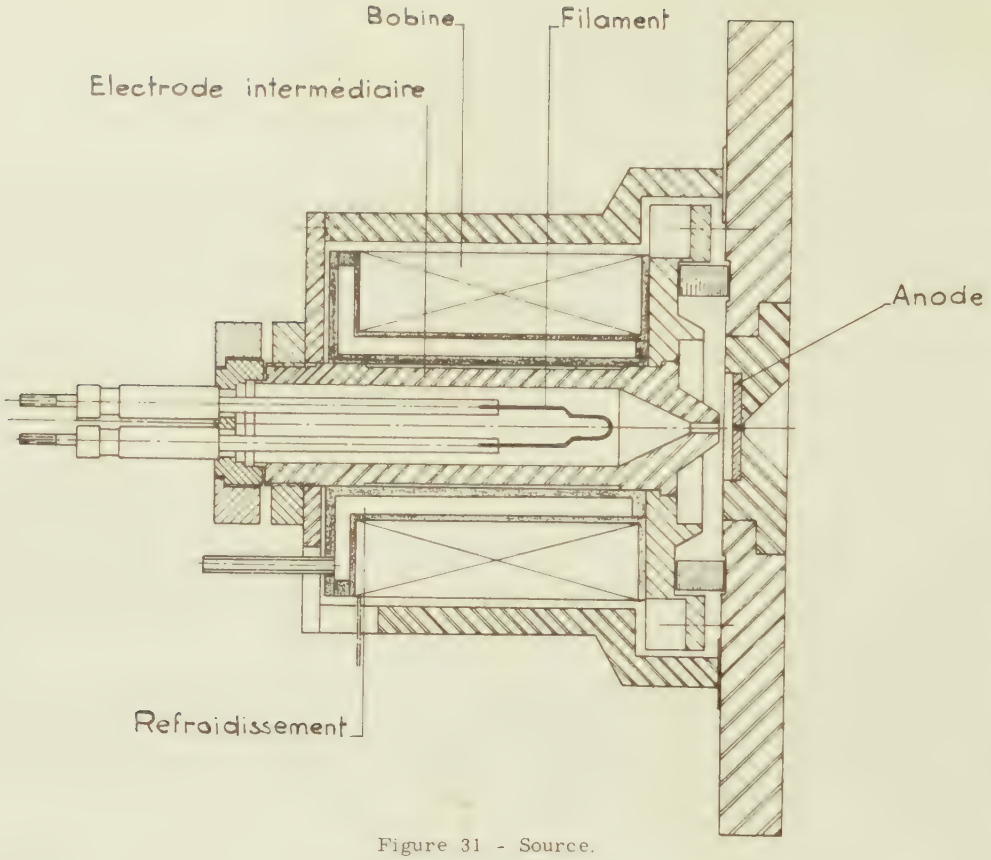



Figure 31 - Source.

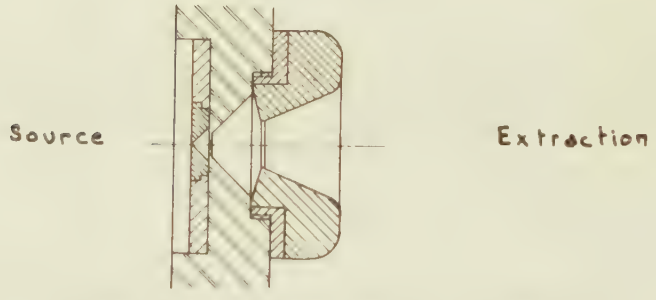



Figure 32 - Réalisation primitive de l'expansion.

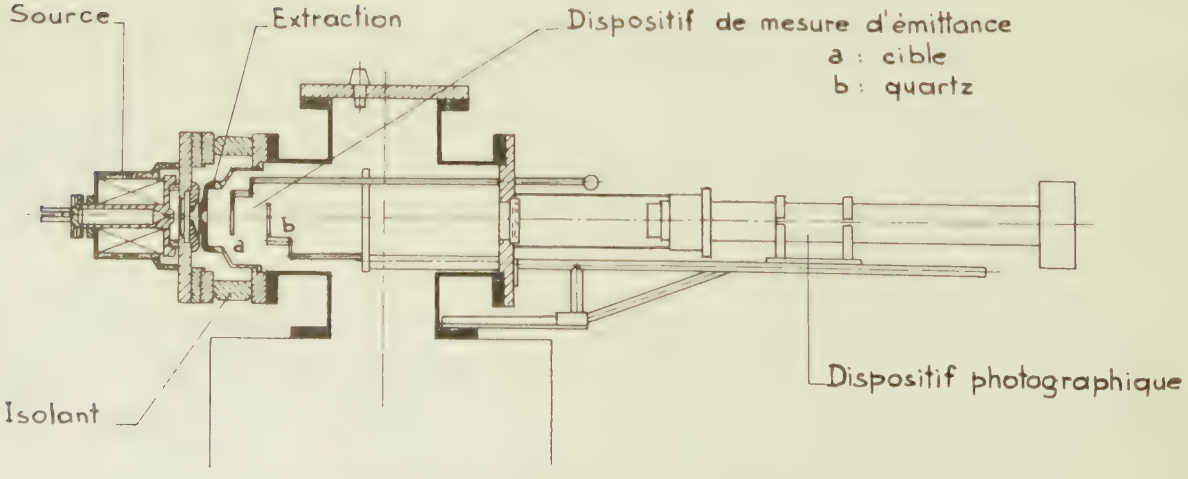



Figure 33 - Bâti de mesures à 30 kV.

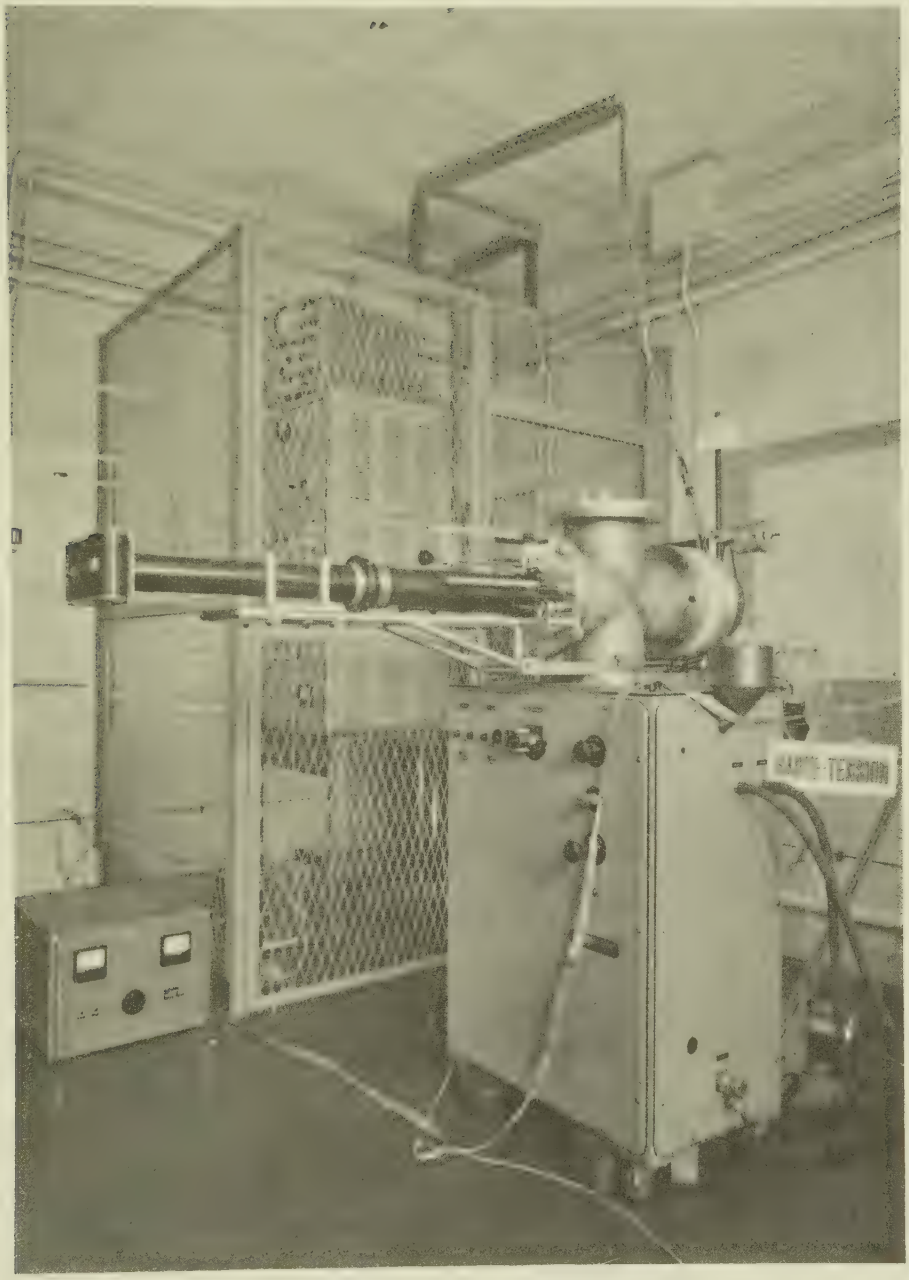


Figure 33bis - Bâti de mesures à 30 kV.

L'ensemble est pompé par un poste de 1001/s pour l'air. C'est une pompe à diffusion d'huile piégée par un baffle à azote liquide. La source Von-Ardenne n'étant pas, à priori sensible à la pollution par remontée d'huile nous n'avons pas envisagé un autre pompage.

Pour tracer l'émittance du faisceau, on l'intercepte par une plaque percée d'un trou de diamètre $\Delta r$ ou d'une fente de largeur $\Delta r$, l'un ou l'autre étant situé á une distance r de l'axe. (cf Fig. 34).

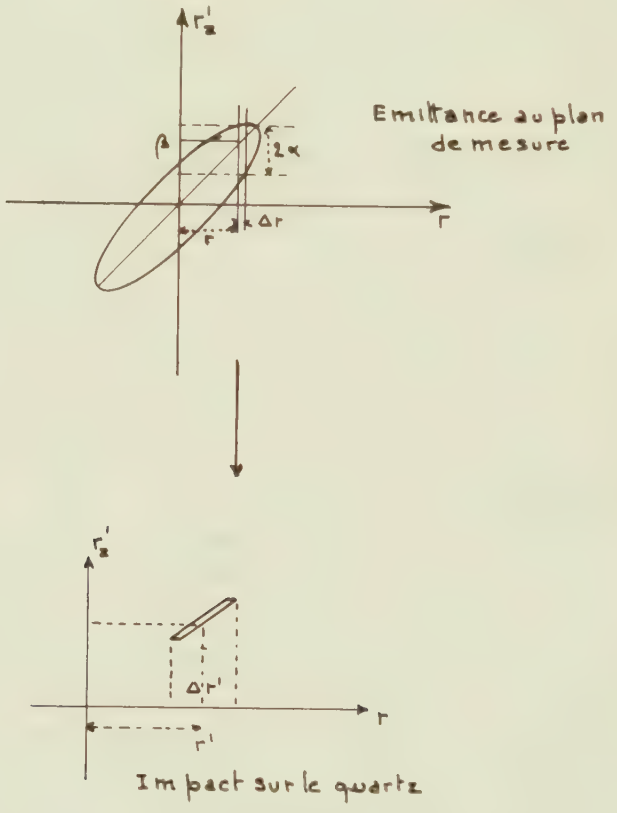



Figure 34 - Principe de la mesure de l'émittance.

Soit $\beta$ la direction moyenne du pinceau ainsi défini et $2\alpha$ son ouverture. L'intensité du pinceau étant négligeable, à une distance z, on aura un simple glissement et

$$r' \quad r + \Delta z$$

$$\Delta r' = \Delta r + 2\alpha \Delta z$$

Donc, connaissant r et $\Delta r$, mesurant r' et $\Delta r'$, on obtient $\beta$ et $\alpha$. En procédant de même pour différentes valeurs de r, on trace l'émittance (r', r).

Pour effectuer cette mesure, plusieurs méthodes peuvent être employées, en particulier,

a) une méthode électronique consistant à mesurer le courant reçu par un fil dont on connaît la position à chaque instant et se déplaçant perpendiculairement à l'axe du faisceau. Cette méthode, à moins d'une élaboration extrêmement délicate, risque de masquer un phénomène de dédoublement du pinceau dans le cas d'émittance très perturbée, comme nous le verrons par la suite.

b) le pinceau tombe sur une cible destructible (papier). Au bout d'un nombre important d'impulsions, on distingue l'impact du faisceau.

c) le pinceau illumine un quartz. On a constaté que ce phénomène, bien connu à haute énergie, a lieu également pour des énergies plus faibles (au moins à partir de 10 keV).

La dernière méthode est plus sensible que b), donc plus rapide. On photographie le quartz. Quelques impulsions suffisent pour qu'une pellicule photographique de 3000 A S A soit impressionnée. Avec une pellicule de 10000 A S A, une seule impulsion suffit.

C'est cette dernière méthode que nous avons retenue. Cependant il y a des causes d'erreurs possibles qui existent également pour b).

a) les surfaces sur lesquelles tombe le faisceau sont isolantes et les charges s'écoulent difficilement. La charge localisée peut donc différencier le début de la fin de l'impulsion.

Dans notre cas, on a supprimé cette cause d'erreur en métallisant le quartz puis en ôtant, tous les 6/10 mm une bande de 3/10 mm de largeur de métallisation. Le réseau est alors suffisamment fin pour permettre la mesure du pinceau tout en écoulant les charges. Différentes expériences ont prouvé que cette précaution est nécessaire.

b) les bords du pinceau sont mal définis. Nous constatons, du fait de la sensibilité du quartz, que la tache est uniformément brillante au centre avec une zone floue périphérique négligeable. On ne peut pas faire une erreur supérieure à 10-20 % dans les plus mauvais cas.

Notons également que le quartz est dépoli sur la face en regard de la source. On élimine ainsi la lueur de la décharge d'arc.

II. 4 - Résultats obtenus.

La source a pu fournir largement les 50 mA désirés et on a pu extraire jusqu'à 200 mA.

Malheureusement les mesures d'émittance sont loin d'être satisfaisantes.

La Fig. 35 montre l'image donnée par le faisceau tombant sur plaque dans laquelle sont découpées des fentes de 2/10 mm se répétant tous les 2 mm. Le principe de la mesure est celui décrit ci-dessus, mais on dispose plusieurs fentes sur la même plaque pour faire plusieurs mesures simultanément.

On voit que l'image d'une fente est complexe et qu'on peut l'interpréter en disant que deux pinceaux de $\beta$ différents proviennent de la même fente. La figure d'émittance tracée à partir de ce résultat rend compte de la forme de l'image obtenue et tout se passe comme si le faisceau avait subi de très fortes aberrations.

A la suite de ce résultat, de nombreuses vérifications expérimentales ont permis de lever le doute sur le dispositif de mesure lui-même.

Nous avons été amenés, alors, à étudier théoriquement le processus d'extraction d'un faisceau à partir d'un plasma. Ayant, après avoir réalisé un montage correct, obtenu une seule image par fente, nous avons conclu, définitivement que la méthode de mesure n'était pas responsable du résultat ci-dessus.

## III - ETUDE THEORIQUE.

### III. 1 - Densité de courant limite pour un plasma infini dans les deux directions perpendiculaires au champ d'extraction.

On suppose une frontière dont on peut extraire des ions en appliquant un champ électrique extérieur h.

La charge d'espace des ions déjà extraits repousse ceux qui ont tendance à sortir (Fig. 36)

Pour exprimer ceci mathématiquement, il faut résoudre l'équation de Poisson

$$\Delta V = \frac{\rho}{\varepsilon_o} \qquad \rho = \frac{J}{|\vec{v}_z|} \qquad \rho \text{ étant la densité volumique}$$

en supposant le plasma infini dans tout autre direction que z.

La densité de courant limite que l'on peut extraire en augmentant h sera pour

$$h_{\text{imposé}} - h_{\text{chag. espace}} = 0$$

soit

$$\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{z=o} = 0$$

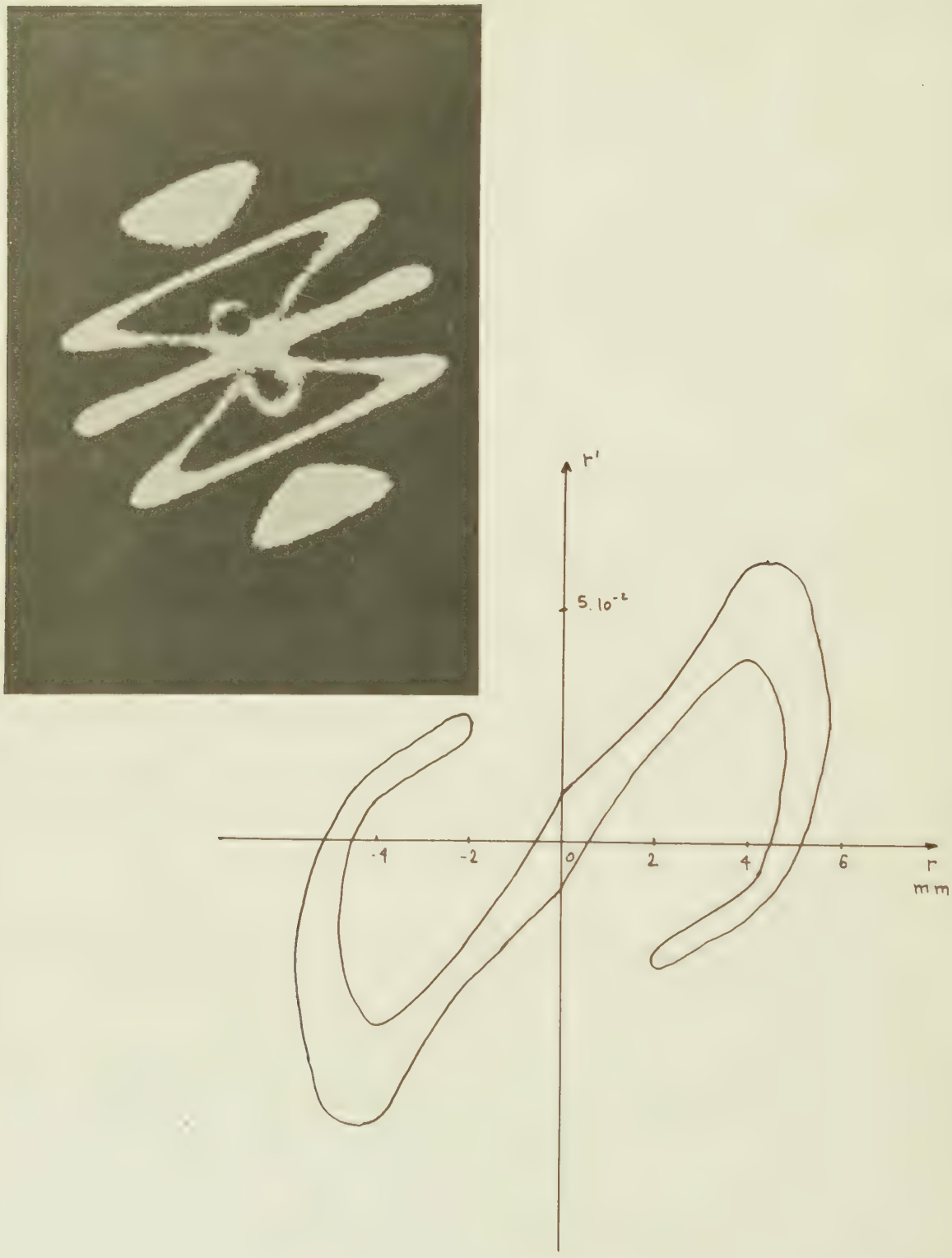



Figure 35 - Emittance d'un faisceau de 50 mA à 16 kV, $S_{r,r'} = 2.1\ 10^{-6}$ m. rad norm.

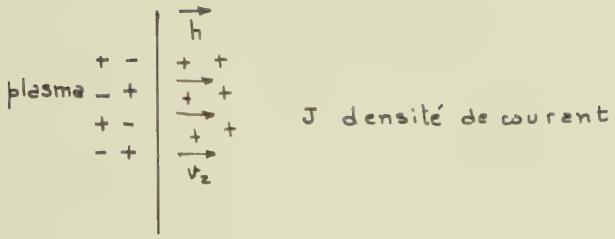



Figure 36 - Frontière émissive.

On suppose de plus que $(U)_{z=0} = 0$ c'est-à-dire que les ions n'ont pas de vitesse dirigée, au départ.

On trouve alors la solution.

$$U^{3/2} = J \times \frac{9}{4} \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{1}{\varepsilon_o} Z^2$$

Conséquence de cette formule.

1/ Si on place une électrode à un potentiel U à une distance d de la frontière du plasma le courant limite que l'on pourra extraire $\left(\frac{\partial U}{\partial z} = 0, z = 0\right)$ est

$$J_{A/cm^2} = 5.4.10^{-8} \frac{V_o^{3/2}}{d^2} \qquad \begin{matrix} V_o \text{ en volts} \\ d \text{ en cm} \end{matrix}$$

2/ le champs est maximum sur l'électrode d'extraction et il vaut $h_{max} = \frac{4}{3} \frac{V_o}{d}$

et $$J_{A/cm^2} = 5.4.10^{-8} \left(\frac{3}{4} h_{max}\right)^2 \frac{1}{V_o^{1/2}}$$

On a donc, pour un $h_{max}$ donné (30 kV/cm par exemple), intérêt à extraire à faible tension.

Mais pour que le faisceau soit utilisable, par la suite, il faut que son énergie soit suffisante. Des calculs ont montré qu'il faut au moins 20 keV pour un faisceau de 100 mA.

On aurait donc :

$$J_{A/cm^2} \leqslant 0.2 \text{ A/cm}^2$$

3/ la loi de variation du potentiel (fig. 37).

$$U^{3/2} = J \frac{9}{4} \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{1}{\varepsilon_o} z^2$$

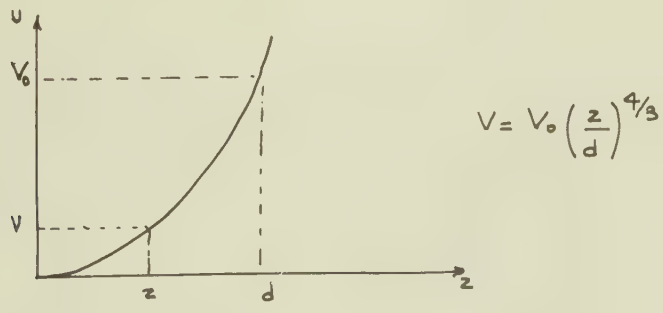



Figure 37 - Variation du potentiel à partir du plasma.

peut s'écrire en remplaçant J par sa valeur limite

$$U = U_0 \left(\frac{Z}{d}\right)^{4/3}$$

III. 2 - Focalisation à partir du plasma.

Dans la réalité le plasma n'est pas infini dans les directions x et z. La charge d'espace dans ces deux directions n'étant plus compensées par la présence des autres ions, le faisceau va diverger, si on laisse le même champs sur la lisière. La direction des trajectoires n'est plus parallèle à l'axe. Pour compenser ceci, on va augmenter le champs électrique, mais si nous nous écartons de ce cas idéal, nous voyons tout de suite les difficultés qui risquent de surgir.

1/ la surface émissive n'est plus plane. En effet, elle se modèle suivant les conditions extérieures de champs électrique et les conditions de densité du plasma.

La surface émissive vers l'axe se place dans une zone de champs nul et cette zone se rapproche des contours métalliques lorsque l'on s'écarte de l'axe. Si le champs électrique est élevé, le plasma s'écarte des électrodes de focalisation mais se définit près du métal au potentiel zéro.

Près de l'axe la surface émissive se rapproche d'une sphère et s'en écarte vers les bords (fig. 38).

Les particules sortent perpendiculairement à la surface et on peut définir une surface caustique, comme en optique (fig. 39).

On ne pourra obtenir de ce fait une émittance de bonne qualité.

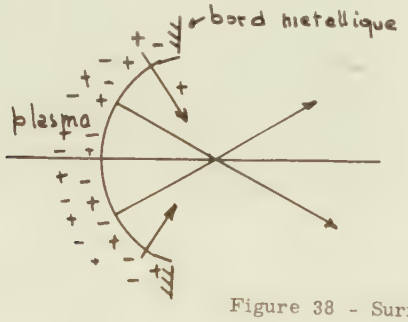



Figure 38 - Surface émissive concave.

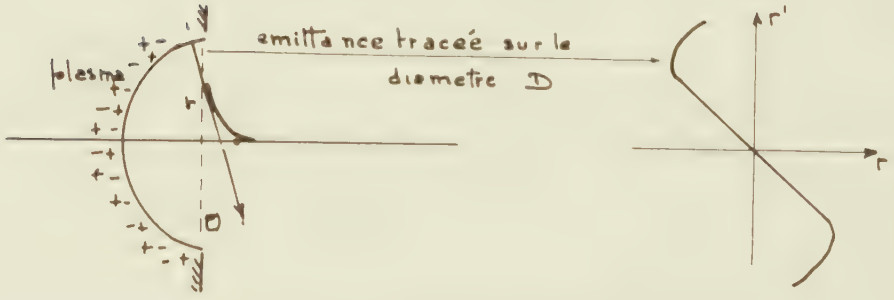



Figure 39 - Direction moyenne de l'émittance.

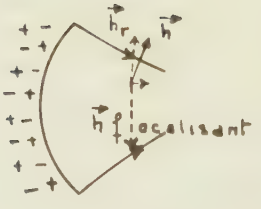



Figure 40 - Lentille plasma/extraction. Champ $h_r < h$ focalisant car r↓

2/ dans l'exemple précédent le faisceau va converger.

La lentille formée par la surface du plasma et le champs d'extraction du fait de la courbure des surfaces équipotentielles donnera des aberrations (fig. 40), tout comme une lentille électrostatique. Ces aberrations agraveront la situation précédente.

On pourrait envisager de régler le champs d'extraction jusqu'à obtenir une surface plane au centre, mais on ne pourra conserver cette propriété jusque sur les bords du faisceau.

Et nous pensons que c'est précisément pour ces deux raisons que dans la manipulation préliminaire, nous avons eu un échec quant à la réalisation d'une émittance sans aberrations.

Pour conserver les propriétés du paragraphe précédent, il suffit de simuler les particules manquantes comme l'a fait Pierce (B9).

Nous allons rapidement en rappeler le raisonnement.

On dispose des électrodes bordant le faisceau et assurant la loi

$$U = U_o \left(\frac{z}{d}\right)^{4/3} \qquad \text{qui relie} \qquad U \text{ et } z$$

(fig. 41).

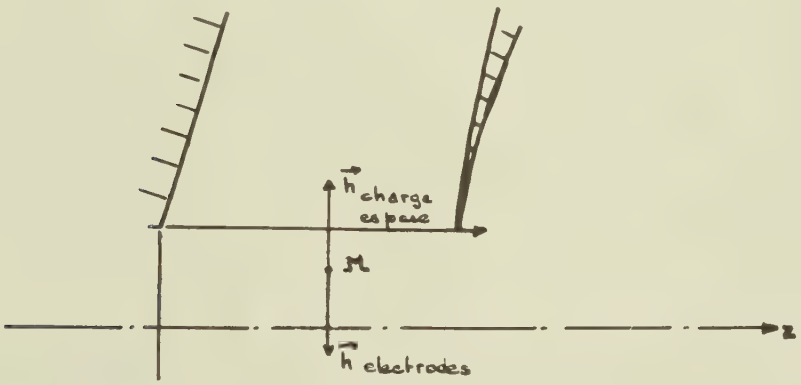



Figure 41 - Electrodes de Pierce.

$$\vec{h}_{ch.esp.} = \vec{h}_{électrode}$$

Physiquement celà signifie qu'au point M la somme du champ électrique transversal donné par les électrodes et du champs de charge d'espace des autres particules, dans la même direction, est nulle. Alors n'apparait que la force transversale et

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$$

Sur le bord du faisceau comme sur l'axe, puisque les équipotentielles sont parallèles au plasma $\left(\frac{dU}{dr} = 0\right)$, on a $U = U_D \left(\frac{x}{d}\right)^{4/3}$

Il s'agit donc de trouver un système d'électrodes satisfaisant à cette loi.

Par une méthode numérique ou à la cuve, on peut ainsi déterminer le profil des électrodes à $U = 0$ et à $U = U_o$ telles que la loi soit satisfaite au bord du faisceau. En effet, ceci revient à résoudre l'équation $\Delta U = 0$ avec comme conditions aux limites U et $U_o$ et que les équipotentielles soient perpendiculaires au bord du faisceau. On trouve alors $U = f(x)$ et on ajuste le profil des électrodes jusqu'à ce que $f(x) = k x^{4/3}$ (voir fig. 42).

On ne peut démontrer qu'il existe un profil, mais si on en trouve un, c'est la solution et elle est unique.

III. 3 - Condition de sortie des ions du plasma.

On a supposé que les ions sortaient avec une vitesse nulle du plasma.

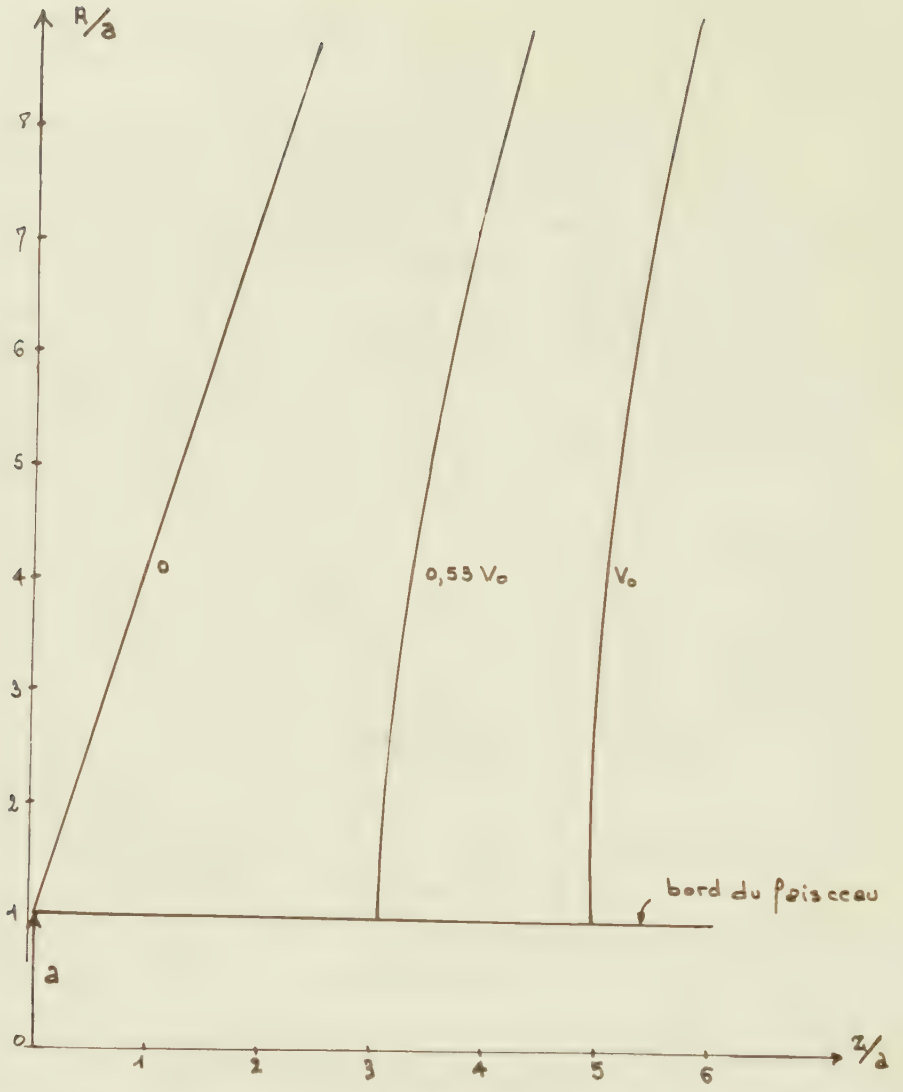



Figure 42 - Equipotentielles théoriques assurant $V = V_o\left(\frac{z}{d}\right)^{4/3}$ sur le bord du faisceau.

En réalité, il faut tenir compte de la présence des électrons.

Supposons la frontière du plasma à l'équilibre. Que signifie cet équilibre ?

Le rôle du champs électrique extérieur est double. D'une part, il accélère les protons D'autre part, il contient les électrons.

La densité électronique varie donc de $n/cm^3$ dans le plasma à 0 et, pour les protons, le champs électrique extérieur est annulé par la présence d'électrons hors du plasma. Le champs créé par les électrons est d'autant plus élevé que leur température est plus grande, car ils peuvent d'autant plus aisément franchir la frontière du plasma.

On démontre que pour franchir cette barrière, il faut que les protons aient une énergie dirigée $eV \geqslant 1/2\ kTe$

soit si $Te = 100.000°K$ $eV \geqslant 5\ eV$

Ceci se traduit par le fait que, au lieu de partir avec une énergie nulle les protons franchissent la frontière avec quelques 10 eV d'énergie.

On démontre que la loi de potentiel après résolution de

$$\Delta U = \rho/\varepsilon_o$$

en tenant compte des protons et des électrons et non plus que des protons, se raccorde à quelque 1/10 mm après le plasma, à la loi de Pierce.

Ceci ne modifie donc pas, pratiquement la forme des électrodes.

Remarquons que des études sont faites actuellement à Saclay en vue d'accélérer les ions à l'intérieur du plasma lui-même. Dans ce cas, il faudrait retoucher un peu les conclusions précédentes.

III. 4 - Considération sur l'émittance.

Traçons à la frontière du plasma l'émittance $S_{p_r r}$ représentant la quantité de mouvement transverse, en fonction de r. (fig. 44).

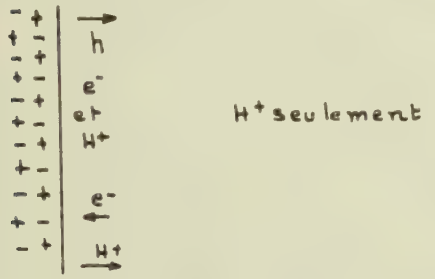



Figure 43 - Lisière émissive du plasma.

Figure 44 - Emittance $(r, p_r)$ sur la lisière émissive.

L'expérience montre que la quantité de mouvement transversale est de quelques eV soit du même ordre de grandeur que le eV minimum des protons.

Pour créer un faisceau stationnaire, de manière que l'émittance conserve la même enveloppe au cours du mouvement, il faut ajouter une force de rappel - kr x e soit

$$\frac{\partial U}{\partial r} = - kr$$

D'après le théorème de la divergence

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_{r=o} = \rho/\varepsilon_o + 2k \qquad U \text{ étant le potentiel sur l'axe}$$

Donc, il s'ajoute un terme supplémentaire dans le calcul du courant limite (III 1)

$$\text{et : } \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 = 4(U^{1/2} D + k U)$$

$$\text{avec U : } D = \frac{I}{\varepsilon_o \sqrt{\frac{2e}{m}}\ \pi\ R^2}$$

Si on résoud ceci en prenant quelques eV comme quantité de mouvement transverse, on constate que le potentiel sur l'axe s'écarte très peu de la loi de Pierce, de même que le potentiel au bord du faisceau, qui devient

$$U_r = U_{axe} - U''_z \cdot \frac{r^2}{2}$$

L'écart est de l'ordre de 3 %.

III. 5 - Conclusion.

Il apparaît donc maintenant qu'il est essentiel de définir le potentiel en dehors du faisceau, pour obtenir un faisceau parallèle sans aberrations.

La forme des électrodes est pratiquement celle donnée par la figure 42, les conditions initiales exactes et l'émittance modifiant peu la loi de Pierce.

Remarquons que des considérations analogues avaient déjà conduit à améliorer les performances d'une source haute-fréquence (B 12) mais uniquement en ce qui concerne la valeur du courant limite.

## IV - NOUVEAU MONTAGE UTILISANT LA GEOMETRIE DE PIERCE

### IV. 1 - Introduction.

Nous allons présenter le montage résultant de la théorie précédente.

Rappelons brièvement que :

a) Il faut définir le champ électrique au bord du faisceau par les électrodes de Pierce.

b) La densité de courant est donnée par

$$J_{A/cm^2} = 5.4\ 10^{-8}\ \frac{V_o^{3/2}}{d^2} \qquad \begin{matrix} V_o \text{ volts} \\ d \text{ cm} \end{matrix} \qquad \text{(IV 1)}$$

$$\text{et} \quad \frac{J}{A/cm^2} = \frac{5.4\ 10^{-8}}{V_o^{1/2}} \left(\frac{3\ h_{max}}{4}\right)^2 \qquad \text{(IV 2)}$$

### IV. 2 - Expansion et extraction adaptable sur le bâti haute tension.

#### IV. 2. 1 - Zone extraction.

Si 2a est le diamètre de la zone émissive, on a :

$$I = \pi\ a^2\ J$$

soit

$$V_o^{3/2} = I.\ 5,9\ 10^6 \left(\frac{d}{a}\right)^2 \qquad \text{(IV 3)}$$

Le rapport d/a a une importance technologique car plus il est élevé, plus il faudra assurer aux électrodes un profil déterminé loin de l'axe.

Les calculs de focalisation nous ont amenés à prendre 2a = 7 mm pour $V_o \geqslant 20$ kV.

En nous imposant $h_{max} \sim 30$ kV/cm les formules (IV 2) et (IV 3) donnent

$$\frac{d}{a} = 5 \qquad \text{et} \qquad V_o = 37.5.\ \text{kV}$$

La réalisation pratique correspond à la Fig. 45 - Ayant réalisé les conditions extérieures au faisceau, le plasma doit se situer au niveau de l'électrode A.

#### IV. 2. 2 - Chambre d'expansion.

Nous savons que le plasma a la propriété de diffuser à travers le trou de l'anode ; cet orifice à 7/10 de diamètre et l'émission doit se faire sur 7 mm de diamètre. Nous connaissons mal le processus de diffusion du plasma mais à priori, nous construisons une chambre :

a) telle que le champ électrique d'extraction n'agisse pas avant que le plasma se soit expansé à 7 mm. Pour cela sa profondeur sera 3 × 7 mm = 21 mm.

b) telle que le champ magnétique de fuite n'introduise pas de focalisation interne. Toutes les pièces sont en fer doux et nous pourrons faire varier ce champ en augmentant le diamètre intérieur de 7 mm à 18 mm comme le montre la Fig. 46.

IV. 3 - Contrôle expérimental de ce nouveau montage.

La tension du bâti de mesure basse tension étant inférieure à 37500 volts, nous avons matérialisé l'équipotentielle 20 kV située entre $V_o$ et le potentiel du plasma (cf Fig. 45).

Les caractéristiques obtenues à 20 kV seront reconductibles à 37.5 kV puisque la focalisation est la même.

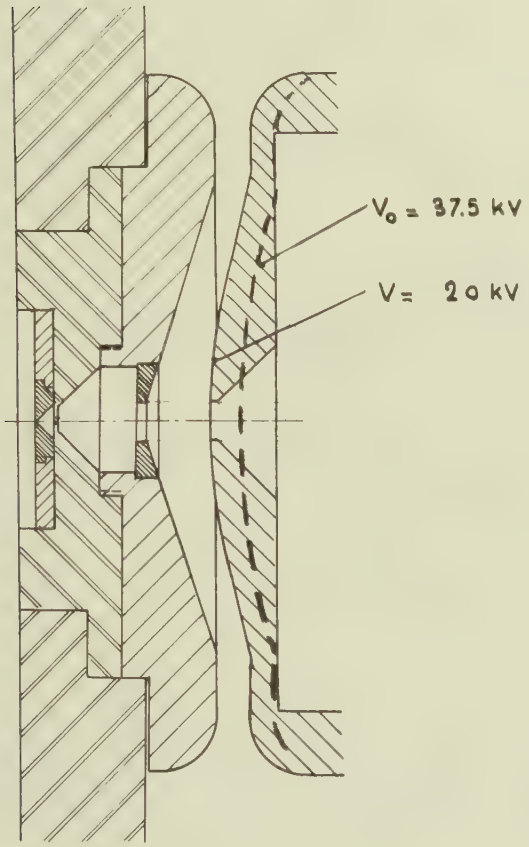



Figure 45 - Extraction Pierce pour 50 mA
$V_o$ = 37.5 kV
Matérialisation de l'équipotentielle.
20 kV

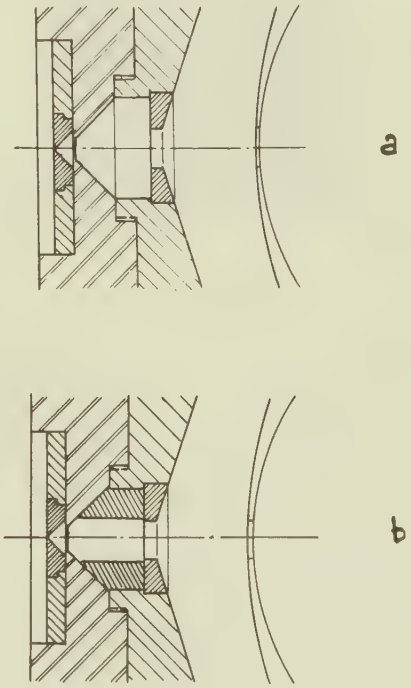



Figure 46 - Chambre d'expansion ;
a : diamètre intérieur 18 mm ;
b : diamètre intérieur 7 mm.

IV. 4 - Résultats obtenus.

La chambre ayant un diamètre de 7 mm, nous avons obtenu 42 mA pour 30 kV d'extraction .

L'émittance mesurée par la méthode donnée en II est maintenant une figure simple et elle vaut $0,89\ 10^{-6}$ normalisée (Fig. 47).

Nous allons discuter ce résultat puis voir l'influence des différents paramètres.

IV. 4. 1 - Discussion.

1/ Nous obtenons à 17 % près le courant escompté. La différence peut provenir de la négligence des $H_2^+$ et $H_3^+$ dans le calcul.

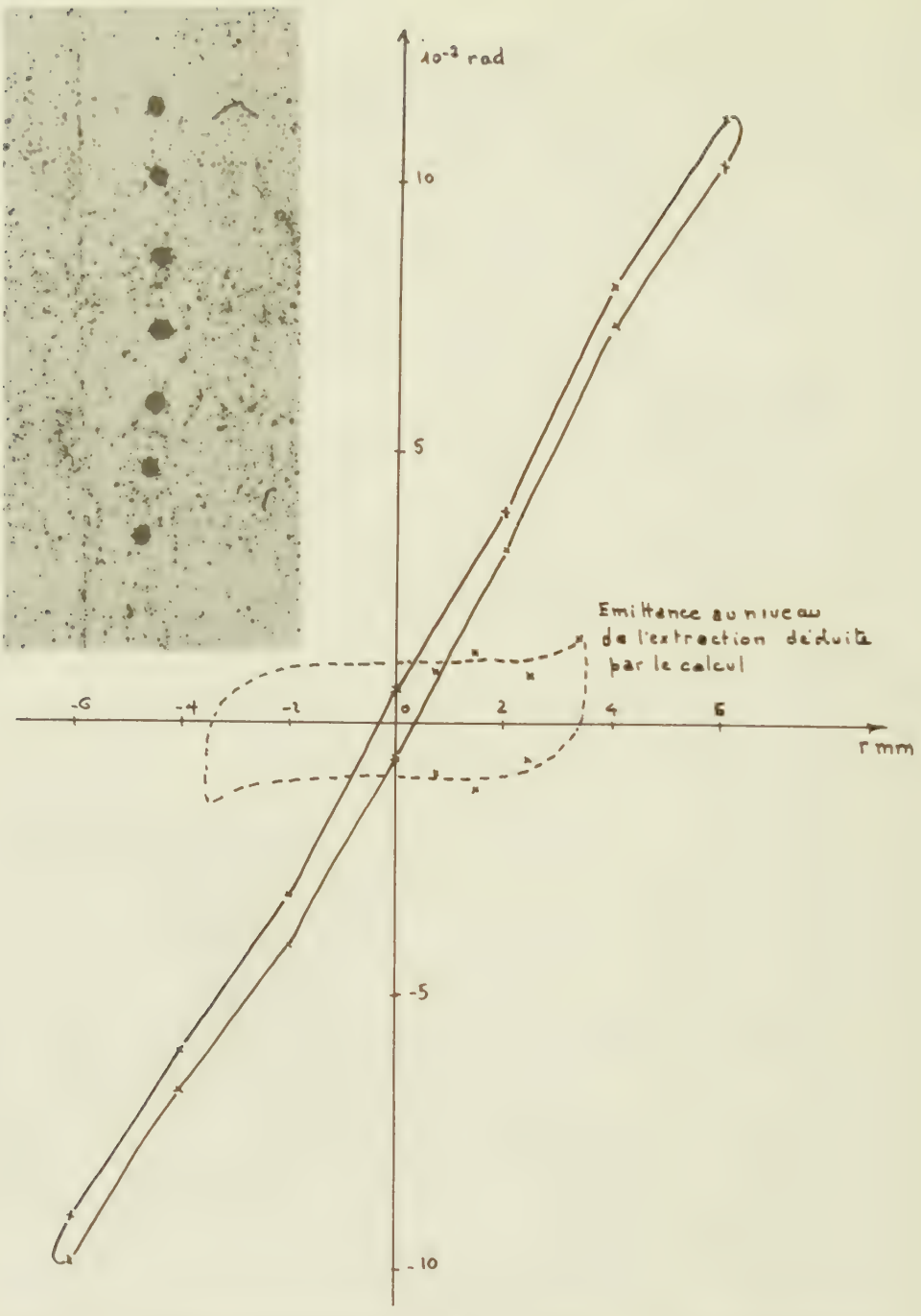



Figure 47 - Emittance d'un faisceau de 42 mA mesurée à 30 kV. Montage Pierce

$S_{r,r'} = 0.87\ 10^{-6}$ m. rad norm.

2/ Au lieu de 20 kV, il faut 30 kV.

Dans ce montage nous ne pouvons réaliser Pierce jusqu'à 20 kV. En effet, la courbe de Pierce se termine par une pente de $\frac{4}{3}\ \frac{V_o}{d}$ (cf Fig. 48) or nous nous raccordons, ici à un potentiel constant (Fig. 48).

Pour nous raccorder à une loi en $(x)^{4/3}$, il faut augmenter la tension finale et de A à B, nous réaliserons Pierce. De B à C apparaît une lentille divergente.

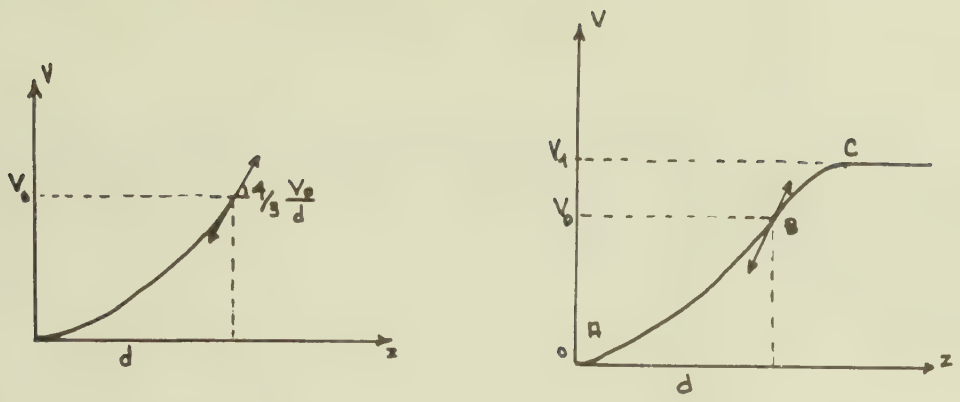



Figure 48 - Raccord de la loi de Pierce à un potentiel constant.

Supposons que l'on se raccorde à une loi en $\text{tgh}\left(1.32 \ \frac{z}{R}\right)$ (et)

on aurait

$$V_o - V_1 = \frac{R}{1.32} \times h$$

$$= \frac{0.35 \times 30000}{1.32}$$

$$\sim 8 \text{ kV}$$

Ceci peut donc expliquer l'écart constaté.

3/ L'émittance mesurée correspond à un faisceau divergent. Cette émittance est mesurée 3,4 cm après que le faisceau ait passé le trou d'extraction.

Si nous remontons le faisceau et si nous appliquons la divergence de la lentille BC

$$\left(\text{i} \ \sim \frac{4\,V}{h} \ \sim \ 4 \text{ cm}\right)$$

on trouve une émittance centrée correspondant à un faisceau de 7 mm de diamètre (cf fig. 47).

4/ L'émittance mesurée se rapproche d'une figure simple. Cela signifie que chaque pinceau n'est pas dédoublé comme précédemment, chaque trou donne une seule image. Dans le premier montage, l'émittance était de $2.10^{-6}$ m. rad norm.

La surface est maintenant de $0,84.10^{-6}$. Nous avons donc amélioré la brillance. Ce gain peut s'expliquer par la suppression des aberrations au niveau du plasma. En effet, les aberrations proviennent de non linéarité dans les forces agissant sur le faisceau à très basse énergie. La densité du faisceau est mal définie et il peut y avoir couplage entre x et z ($\rho$ = f(x et de z) et non f(z)).

IV. 4. 2 - Influence des paramètres.

IV. 2. 1 - Champ magnétique H et courant d'arc A.

Nous avons constaté que la valeur du courant extrait varie en fonction de H et de A (Fig. 49).

Pour un courant donné, on peut trouver des couples (H, A). Si on diminue H, il faut augmenter A. La courbe montre le courant extrait en fonction de A. pour 30 kV et un champ H déterminé.

A partir de A = 18 A. on ne fait plus croître le courant extrait. On s'aperçoit alors que l'électrode d'extraction débite une impulsion de plusieurs centaines de mA. On peut expliquer ces résultats. H et A déterminent, en effet, la densité du plasma près du trou d'anode et agissent donc sur la densité du plasma après expansion.

Quand la densité du plasma est trop importante, le faisceau ne se trouve plus dans les conditions de Pierce, diverge et une partie tombe sur l'extraction. Par émission secondaire celle-ci débite un courant élevé.

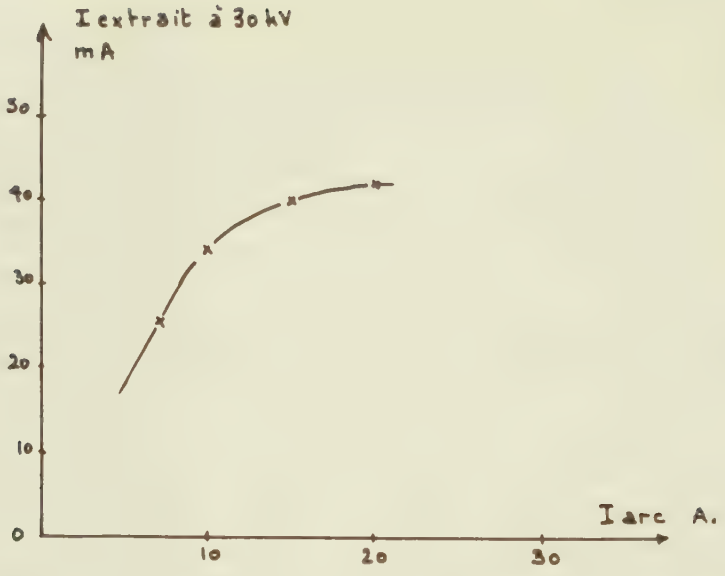



Figure 49 - Courant extrait en fonction de A pour H correspondant à 1 Amp. dans la bobine.

IV. 4. 2. 2 - Réglage de la tension d'extraction.

Le réglage de Pierce correspond à un réglage près du coude de la courbe précédente. (Fig. 49). Si on se dérègle de quelques kV par exemple, en conservant le même A, on voit apparaître un dédoublement des images des trous et les aberrations de la première version réapparaissent (cf Fig. 50).

Ce réglage est donc critique, mais c'est le seul possible pour ne pas avoir d'aberrations au niveau du faisceau extrait.

IV. 4. 2. 3 - Influence du blindage magnétique.

Nous pouvons augmenter le diamètre intérieur de la chambre d'expansion de 7 mm à 18 mm. Nous diminuons ainsi le blindage magnétique et nous augmentons le champ de fuite dans la chambre d'expansion.

Nous constatons alors : (cf fig. 51).

1/ la valeur maximum du courant extrait augmente pour 30 kV d'extraction de 42 mA à 54 mA.

2/ la surface de l'émittance augmente (pour comparer aux résultats précédents, nous l'avons mesurée pour 42 mA) de $0,89.10^{-6}$ à $1,2\ 10^{-6}$.

Il semblerait que le champ de fuite agisse comme un élément focalisant. Le gain de 20 % en courant, peut s'expliquer en disant que cette focalisation uniformise la densité du plasma vers les bords du trou émissif ou tout au moins la modifie dans son ensemble.

Mais les particules que l'on rajoute ainsi ont des quantités de mouvement perpendiculaire à l'axe importantes qui contribuent à augmenter l'émittance.

IV. 5 - Conclusion.

Nous voyons que pour réaliser une source fournissant un faisceau de caractéristiques déterminées, il convient de s'attacher particulièrement à la focalisation des ions dès leur extraction du plasma.

Nous avons vu que la focalisation préconisée par Pierce s'adapte exactement à ce problème.

Nous allons maintenant vérifier que le faisceau obtenu conserve ces caractéristiques s'il évolue dans un système de focalisation linéaire.

La valeur de l'émittance correspond à une quantité de mouvement, transverse des protons à la sortie du plasma de l'ordre de 1 eV. C'est d'un ordre de grandeur supérieur à ce qu'on peut estimer en tenant compte de la température protonique. La voie est ouverte à une investigation plus profonde du phénomène d'expansion, ce qui n'était pas le but de ce travail.

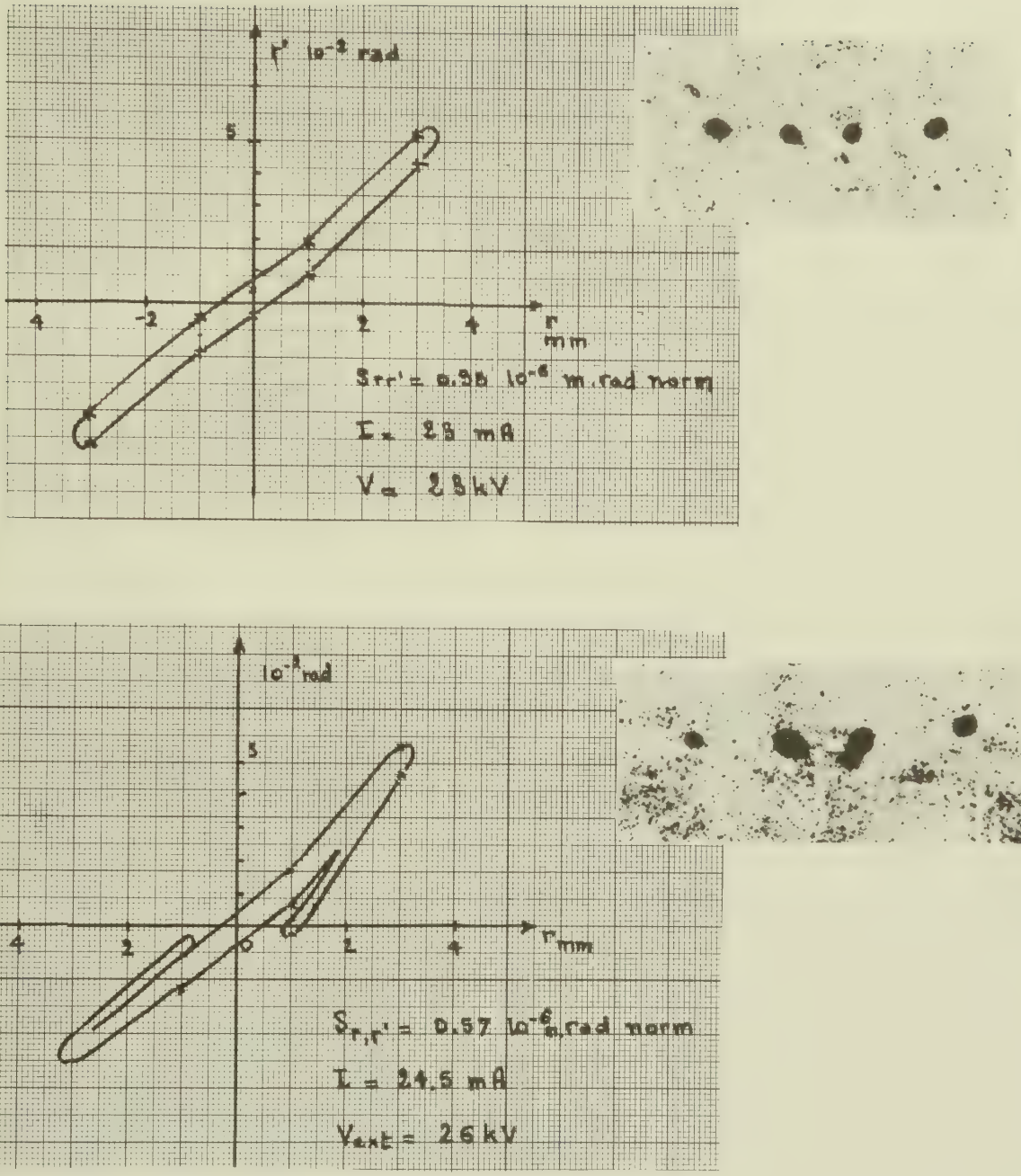



Figure 50 - (chambre $\Phi$ = 7 mm). Emittance mesurée pour I ~ 24 mA suivant réglage V extraction.

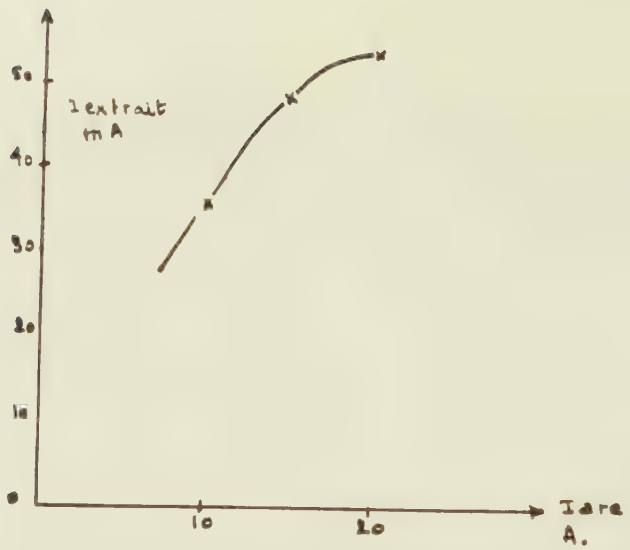



Figure 51 - Courant extrait pour chambre de diamètre 18 mm.

# BATI HAUTE TENSION

## I - INTRODUCTION

Afin d'étudier la focalisation d'un faisceau de l'ordre de 50 mA, on a construit un bâti permettant de focaliser et d'accélérer des protons jusqu'à 190 keV.

Nous décrirons cet accélérateur et le système de focalisation employé.

Puis nous dirons quels résultats nous avons obtenus après y avoir adapté la source précédemment étudiée.

## II - DESCRIPTION DE L'ACCELERATION.

### II. 1 - Généralités.

Afin de mener à bien ce travail en des délais raisonnables, la conception et la construction de ce bâti ont été entreprises en même temps que les études théoriques.

De ce fait, le système de focalisation a été déterminé par une méthode approchée sans se préoccuper des aberrations en extrapolant pour 50 mA le système existant sur le Van de Graaff de Saturne.

Cependant, nous verrons que ce système est acceptable pour une intensité de 50 mA. Comme il s'agit d'une vérification expérimentale, nous pouvions accepter un taux d'aberrations de l'ordre de 20 à 30 %.

### II. 2 - Ensemble.

Cet ensemble (cf Fig. 52) comprend une électrode terminale haute tension supportée par des isolants.

La source est au potentiel de l'électrode terminale et l'alimentation de la dernière électrode de focalisation porte l'électrode terminale à 90 kV par rapport à l'entrée du tube.

Une alimentation extérieure porte l'entrée du tube à 100 kV par rapport à la masse. Le faisceau acquiert donc 190 keV (Fig. 53).

L'ensemble (Fig. 52) est situé dans une enceinte pressurisée qui comprend : la plaque de base sur laquelle portent à faux l'électrode haute tension et l'ensemble focalisation accélération.

la cloche qui se referme sur la plaque de base

l'ensemble est horizontal.

Reprenons, maintenant quelques points de détail.

### II. 3 - Electrode haute tension.

Elle comprend :

a) un alternateur 400 Hz, 127 volts. Cet alternateur est entraîné depuis la plaque de base par l'intermédiaire d'un arbre isolant.

b) les alimentations propres de la source.

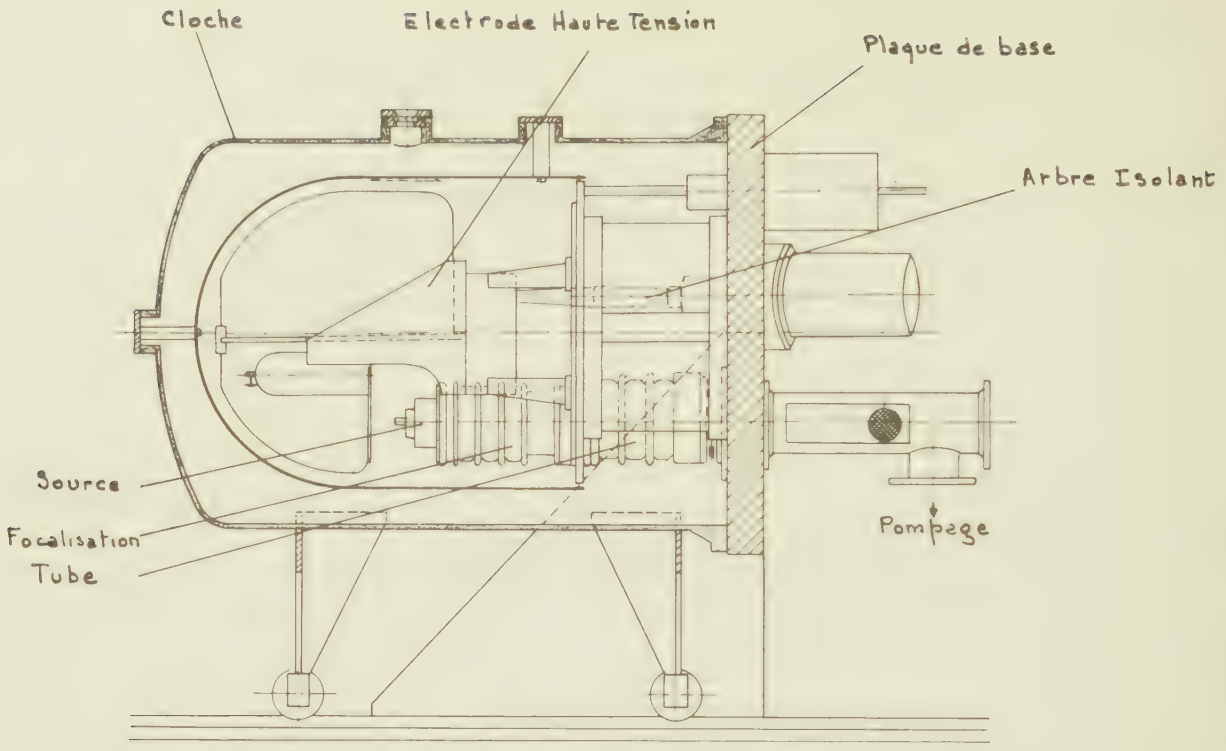



Figure 52 - Bâti haute tension.

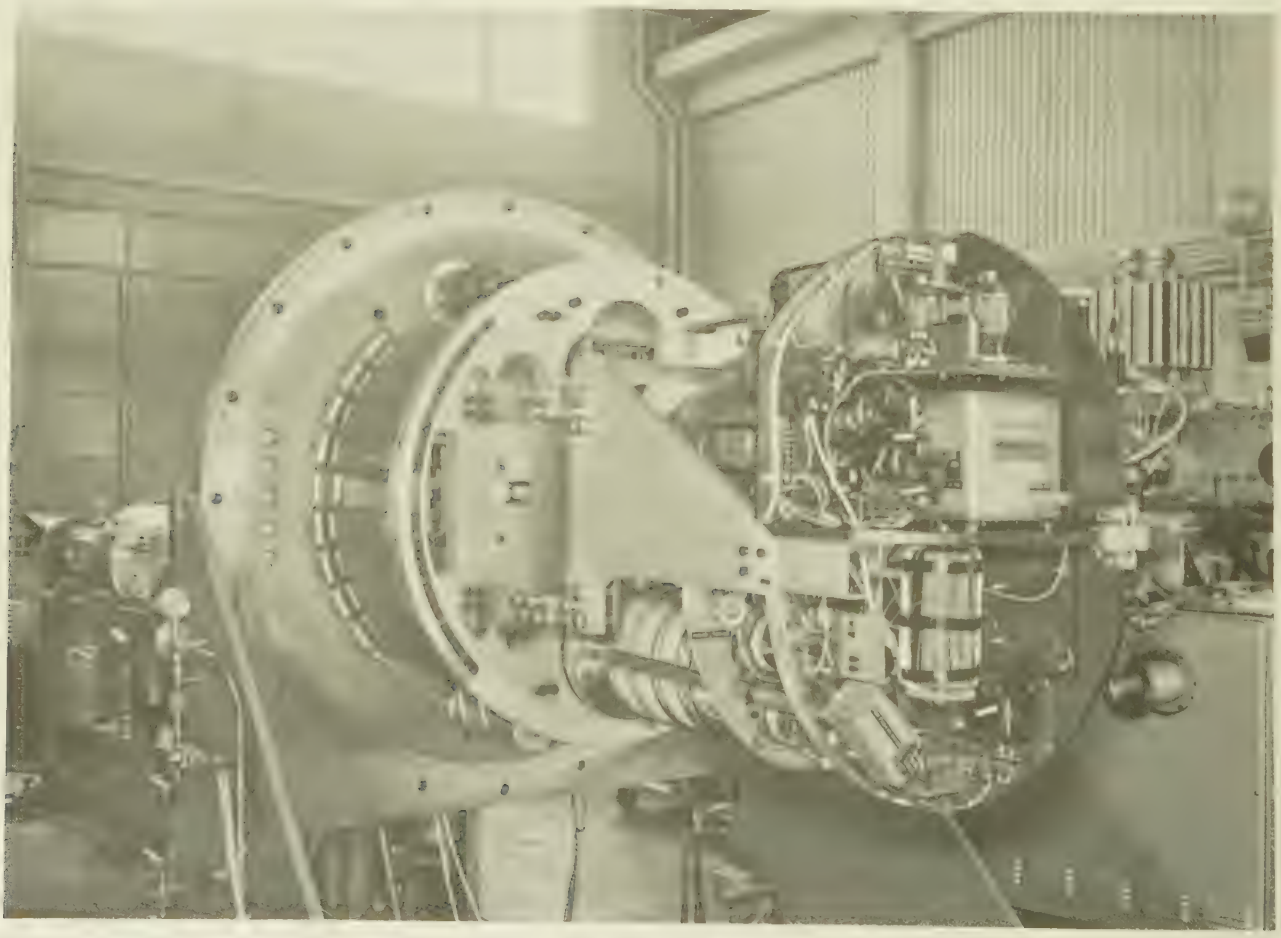


Figure 52bis - Bâti haute tension.

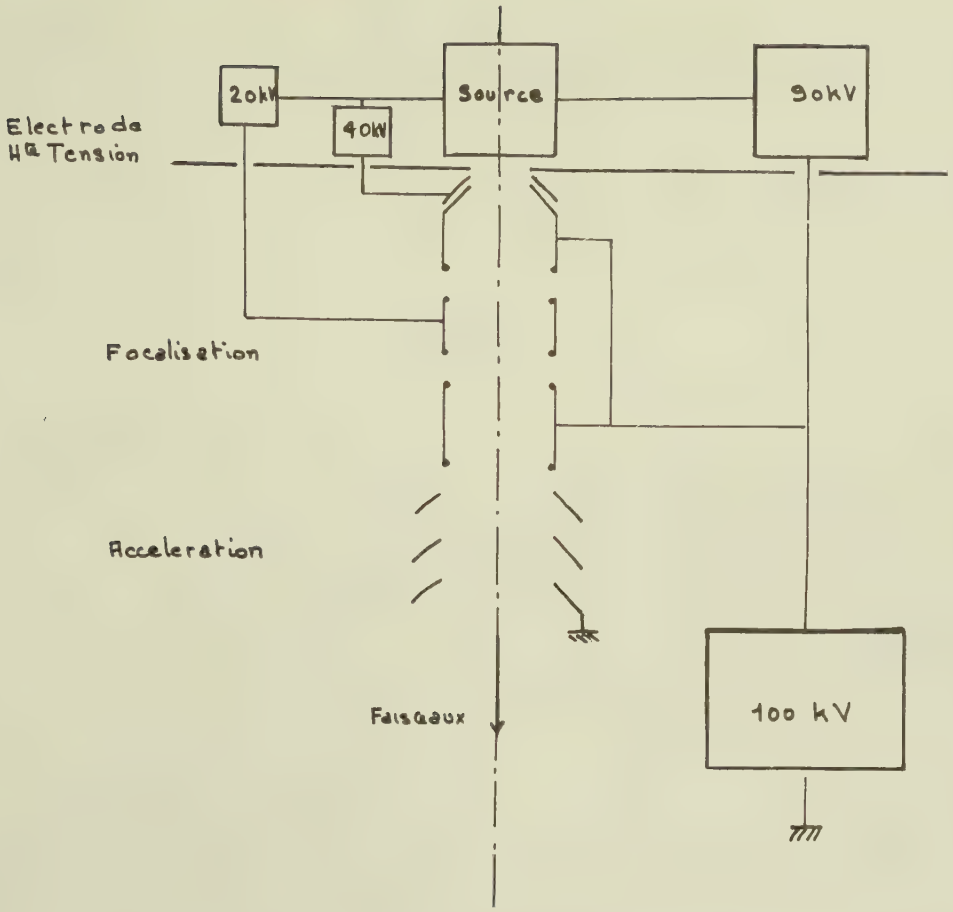



Figure 53 - Schéma montrant les différentes alimentations du bâti.

c) les alimentations haute tension de la focalisation, l'alimentation 0-90 kV est un cockroft . Du fait de l'emploi du courant 400 Hz qui réduit la dimension des bobinages et du gaz sous pression qui augmente l'isolement électrique, cette alimentation occupe peu de place.

Les autres alimentations sont des doubleurs de tension.

II. 4 - Source - Focalisation - Tube.

L'axe du faisceau est horizontal. L'ensemble, source - focalisation - tube, porte à faux sur la plaque de base de l'enceinte.

L'isolement électrique est assuré par des anneaux de porcelaine de diamètre extérieur 30 cm. Les différentes électrodes de focalisation et d'accélération sont assemblées sur la porcelaine par collage à l'acétate de vinyl (B 13).

Le pompage est assuré par un poste à diffusion d'huile de 350 l/s pour l'air.

II. 5 - Enceinte pressurisée.

L'ensemble se trouve situé dans une enceinte pressurisée à 4 kg/cm$^2$ absolu d'un mélange d'azote à 20 % de fréon.

Nous avons choisi cette solution car la rigidité électrique est alors de 180 kV/cm au lieu de 30 kV/cm dans l'air.

Un tel ensemble dans l'air à la pression atmosphérique aurait été volumineux et aurait de toute façon nécessité une enceinte à atmosphère contrôlée (poussière et humidité).

En contrepartie, il faut effectuer des manoeuvres d'ouverture et de fermeture. De tels ensembles existent pour des appareils en exploitation permanente. (Van de Graaf). Les manoeuvres d'ouverture et de fermeture prennent peu de temps (environ 1/2 h) car la quantité de gaz à transvaser est faible $3 \times 2 = 6\ m^3$.

II. 6 - Sortie du faisceau.

L'enceinte sous vide se prolonge au delà de la plaque de base. (voir Fig. 54).

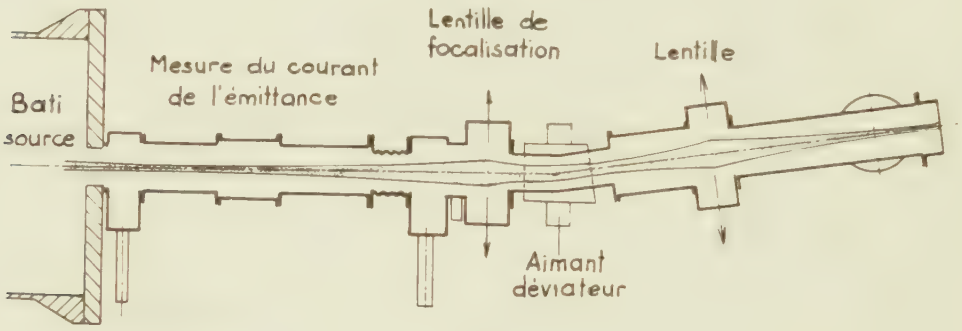



Figure 54 - Sortie et analyse du faisceau.

- On dispose, tout d'abord, une boite de contrôle dans laquelle on peut :

a) mesurer le courant sortant du bâti ; le faisceau tombe sur une cible isolée et piégée

b) mesurer l'émittance ; la méthode employée est la même que pour le bâti basse tension. On dispose une plaque percée d'une série de trous de 3/10 mm espacés de 2 mm et répartis sur un diamètre du faisceau. Le quartz d'observation est à 180 mm de la plaque. L'image est renvoyée par un miroir à 45° vers l'appareil photographique (voir Fig. 55).

- Puis un système déflecteur magnétique analyse le faisceau. Pour focaliser le faisceau, on dispose de chaque côté de l'aimant une lentille à grille de distance focale 1 m, le courant est à nouveau recueilli sur une cible et en faisant varier le champ magnétique, on fait défiler toutes les masses sur cette cible.

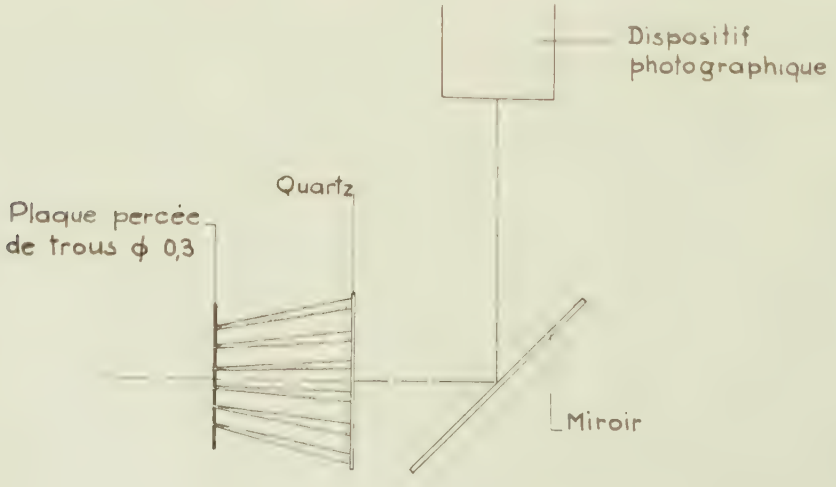



Figure 55 - Mesure de l'émittance sur le bâti.

II. 7 - Détail technologique.

Isolants employés.

L'expérience a prouvé que l'emploi d'un isolant hétérogène et fibreux comme la fréquencite était à proscrire. Ce matériau contient toujours un peu d'humidité et par cheminement interne, il y a claquage au bout d'un temps plus ou moins long.

L'emploi d'un polycarbonate, le Gerpalon, nous a donné entière satisfaction. Sa rigidité électrique est de 100 kV/mm et ses propriétés mécaniques le rendent facilement usinable. Son domaine élastique s'étend jusqu'à une contrainte de traction de 100 kg/cm$^2$. (B 15).

L'arbre tournant a été usiné en celeron, étuvé et vernis, il est facilement démontable en cas de claquage par cheminement. Il n'a pas été possible d'utiliser pour cet arbre un matériau homogène car sa rigidité mécanique serait insuffisante.

## III - FOCALISATION EMPLOYEE.

III. 1 - Loi du potentiel en fonction de Z.

La variation du potentiel en fonction de Z sur l'axe du bâti est indiquée sur la Fig. 56.

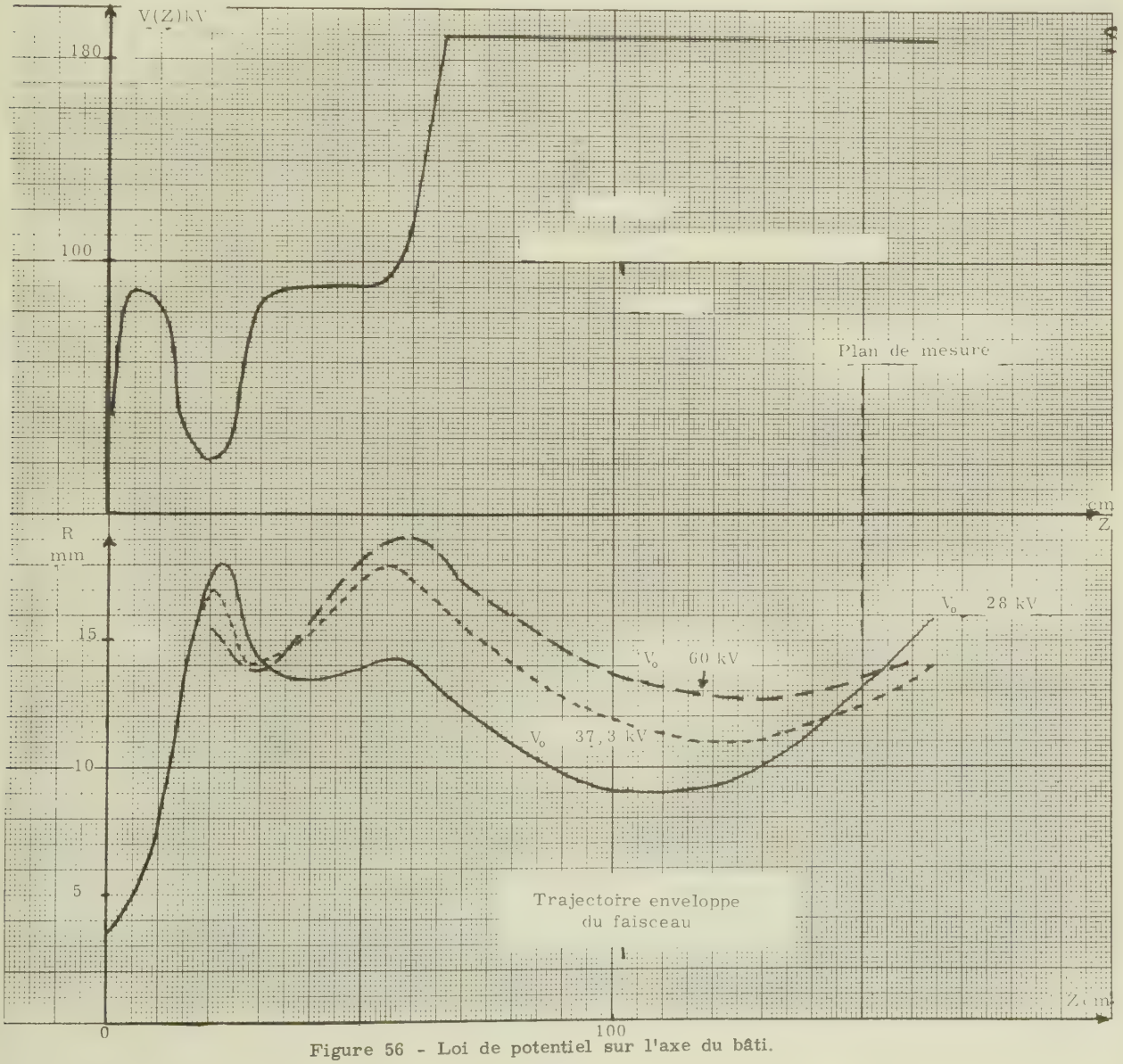



Figure 56 - Loi de potentiel sur l'axe du bâti.

Cette courbe représente la fonction analytique déterminée à partir des électrodes (Fig. 56 bis) et correspond à 1 % près, à la loi réelle.

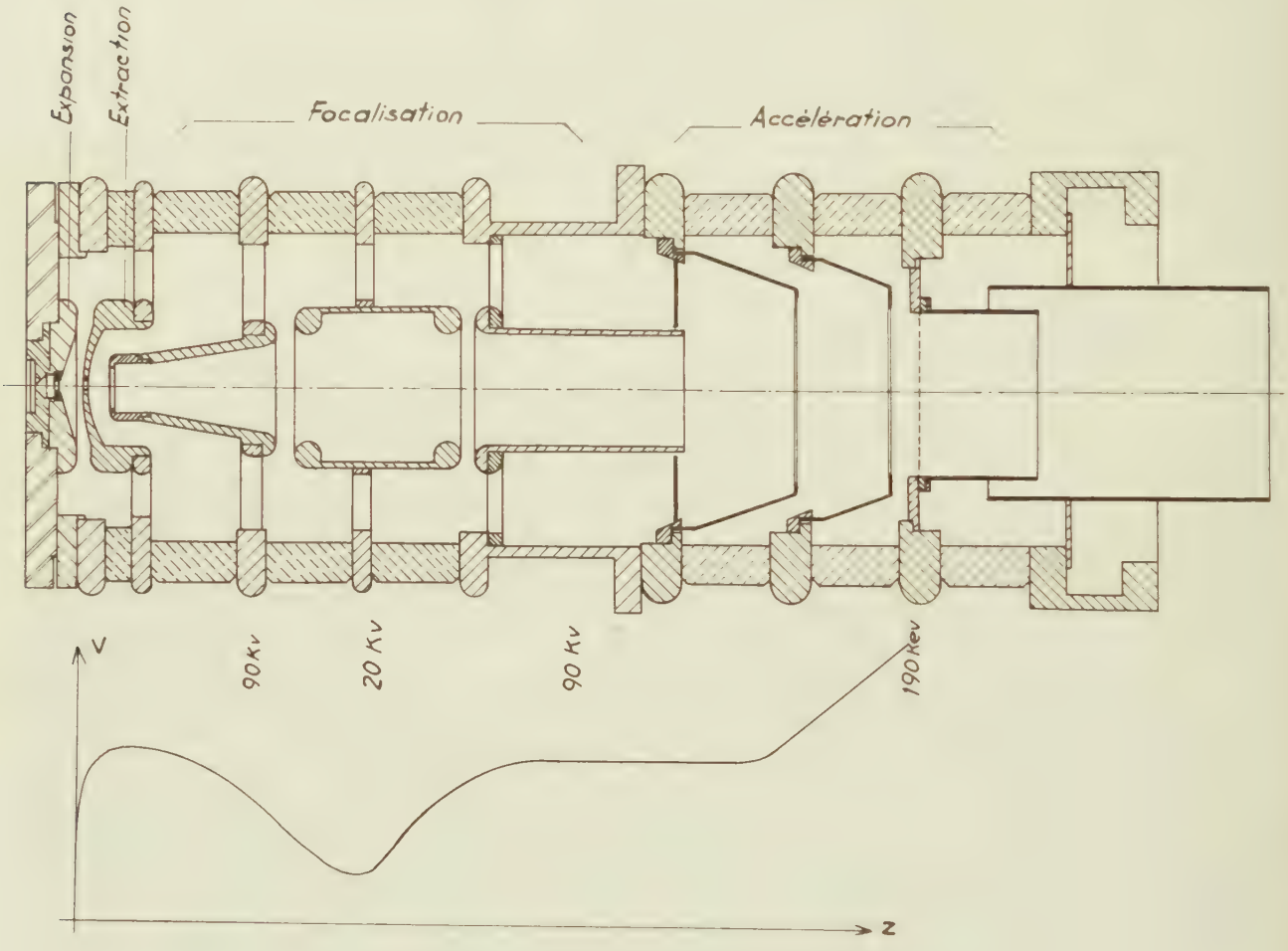



Figure 56bis - Electrodes et loi de potentiel sur l'axe.

Par rapport à la focalisation définie au chapitre IV de la 1ère partie, on voit les différences suivantes :

a) il existe une troisième électrode qui correspond, à une zone sans champ électrique avant le tube accélérateur. C'est une lentille de Einzel classique.

b) la loi ne comporte pas de partie divergente en fin du tube grâce à une grille placée sur l'avant dernière électrode. En effet, le potentiel final étant relativement bas, l'influence de cette partie divergente serait trop importante.

Cette loi étant imposée, il s'agit de définir les caractéristiques de la source.

III. 2 - Caractéristiques de la source.

Il s'agit de déterminer $Rv_o$ et $V_o$

Le rapport des tensions dans la lentille étant de 90 kV/20 kV soit 4,5, on peut l'utiliser entre la moitié et le tiers des lentilles (cf paragraphe III 5 de la méthode de calcul).

Nous avons donc fixé le diamètre maximum du faisceau en C au tiers du diamètre des lentilles soit 11 mm. A $V_o$ ceci nous donne 7 mm pour $V_o$ moyen de 40 kV.

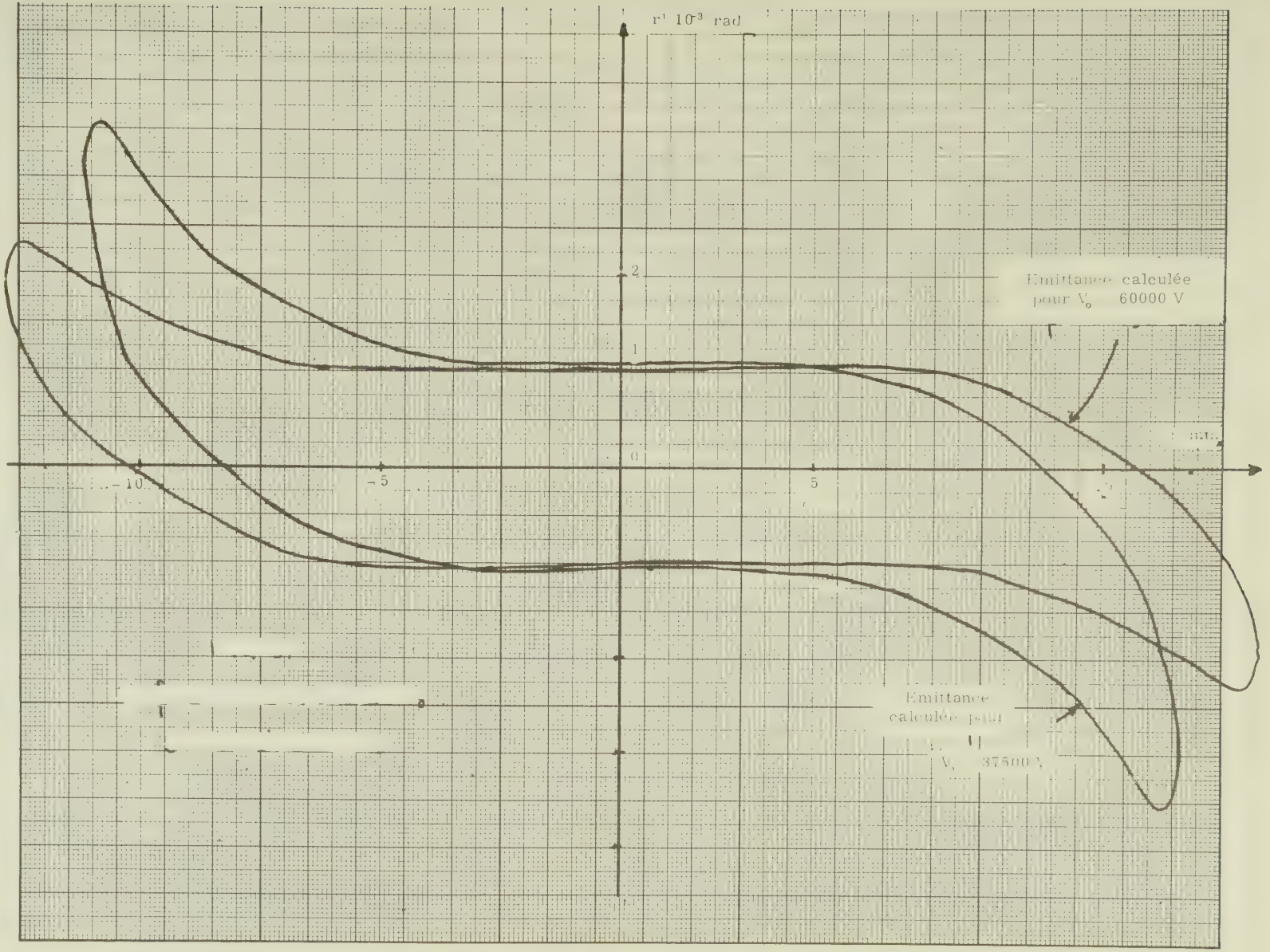



Figure 57 - Influence du choix de $V_o$ sur les aberrations.

Pour choisir $V_o$ nous avons dressé le tableau suivant :

| $V_o$ | d/a | d mm | % aberration* | champ électrique |
|---|---|---|---|---|
| 28 | 4 | 14 | 35 | 27 kV/cm |
| 37.5 | 5 | 17.5 | 30 | 28.5 kV/cm |
| 60 | 7 | 24.5 | 20 | 33 kV/cm |

Le choix de $V_o$ s'est porté sur 37.5 kV. En effet, le gain entre 37.5 kV et 60 kV pour les aberrations n'est pas très important (voir Fig. 57 les 2 émittances). Nous disposons déjà d'une alimentation pouvant assurer au moins cette tension.

## IV - RESULTATS EXPERIMENTAUX.

### IV.1 - Introduction.

Cette partie expérimentale constitue la vérification de la méthode de calcul précédente. Nous allons voir si le calcul tel qu'il est conçu permet de contrôler les phénomènes dans un domaine d'erreur physiquement admissible.

### IV.2 - Résultats obtenus.

Nous avons obtenu un faisceau de 35 mA, de bonne qualité dont l'émittance normalisée est de $0,98\ 10^{-6}$ m. rad et dont le pourcentage d'aberrations est de 20 %. En augmentant $V_o$, on a obtenu jusqu'à 52 mA. La courbe de la Fig. 58 donne la variation de I max en fonction de $V_o$. Pour 50 mA, l'émittance n'est pas de bonne qualité et présente des aberrations importantes (~ 30 %). La valeur est de $1.6\ 10^{-6}$ m rad normalisé soit 70 % de plus que l'émittance mesurée pour 42 mA au laboratoire, à 30 kV.

Tableau récapitulatif

| | courant | Srr' norm. rad. m |
|---|---|---|
| Mesures à 30 kV | 42 mA | $0,83\ 10^{-6}$ |
| Mesures à 190 kV | 35 mA | $0,98\ 10^{-6}$ |
| | 50 mA | $1,6\ 10^{-6}$ |

### IV.3 - Discussion des résultats.

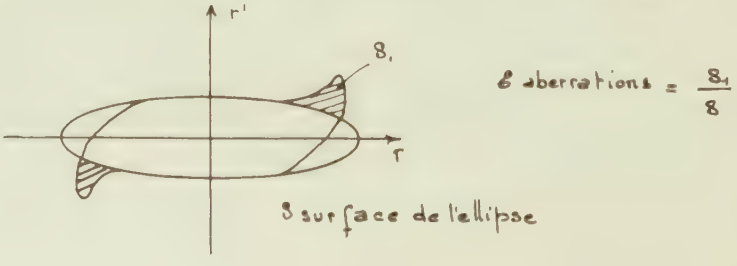
#### IV.3.1 - Courant extrait.

Considérons la courbe de la Fig. 58. On voit que pour 37.5 kV, on n'obtient que 27 mA. Cet écart peut provenir :

a) De ce qu'on a négligé les masses 2 et 3 ($H_2$ et $H_3$). Ceci nous avait limité à 42 mA au lieu de 50 sur le bâti à 30 kV.

---

* C'est le pourcentage de l'émittance sortant d'une ellipse idéale de même surface



b) De phénomènes encore mal contrôlés dans le domaine d'extraction (charge d'espace longitudinale, limite exacte du plasma).

Néanmoins qualitativement les paramètres varient comme le laisse prévoir la théorie de Child Langmuir.

En effet, la courbe de la Fig. 58 est tracée en échelle logarithmique et la variation de I en fonction de $V_o$ vérifie à quelques pourcents près la loi $I = kV^{3/2}$.

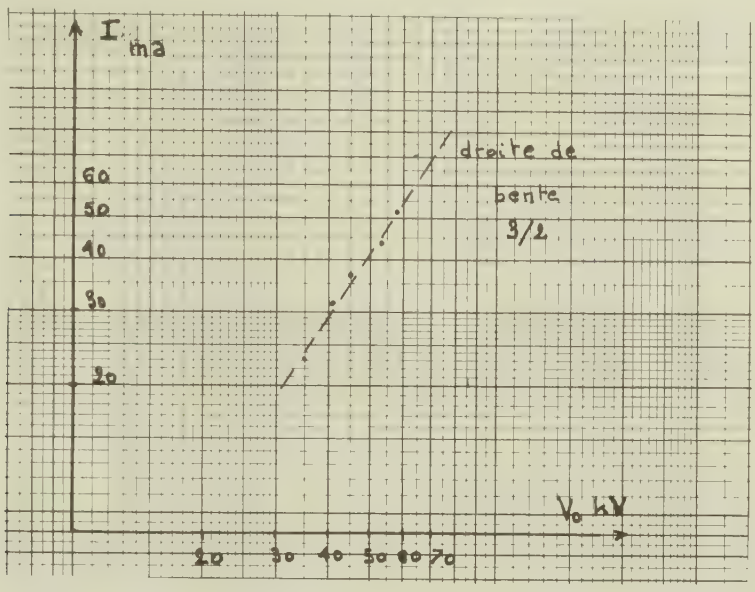



Figure 58 - Courant extrait en fonction de la tension d'extraction.

IV. 3. 2 - Emittances.

a) L'émittance obtenue pour 35 mA est de bonne qualité. Elle vaut $0,98\ 10^{-6}$ rad. m et le diamètre du faisceau est de 37 mm. Les paramètres de réglage de la focalisation sont Ext1 45 kV, Ext2 90 kV, F1 20 kV.

On obtient ainsi le faisceau à son cross-over. Il y a des aberrations sur les bords, dues à la focalisation. On voit, en effet, que l'on peut les augmenter en changeant la focalisation. L'interprétation de l'image obtenue est alors délicate (il apparaît généralement un deuxième faisceau) et pour faire la mesure on a réglé la focalisation au minimum d'aberrations.

Ceci nous conduit à 20 kV sur l'électrode $F_1$, soit 25 kV sur l'axe. On est donc moins fortement focalisé que sur les courbes de la Fig. 56, ce qui explique que le faisceau est plus gros que prévu -(37 mm au lieu de 26 mm).

La valeur de l'émittance est 15 % supérieure à la mesure à 30 kV. Ceci peut provenir de l'influence du grillage situé à la fin du tube. En effet, les protons passant près des fils voient un champ électrique différent de ceux qui traversent au centre d'une maille. Cette défocalisation partielle ne se distingue pas dans notre système de mesure et se traduit par une augmentation apparente de l'émittance.

b) L'émittance obtenue pour 50 mA présente des aberrations importantes.

L'aberration se chiffre à 30 %, (voir figure). Cependant l'effet des non linéarités est très important : la partie aberrante est repliée sur l'émittance principale. Nous ne tenons pas compte, en effet, des non linéarités quand on dépasse la moitié du rayon de la lentille et les termes sont très rapidement importants.

La valeur de l'émittance est 50 % supérieure à celle de 35 mA. Comme on émet par un orifice de même diamètre, on devrait obtenir la même émittance. Cette augmentation peut provenir :

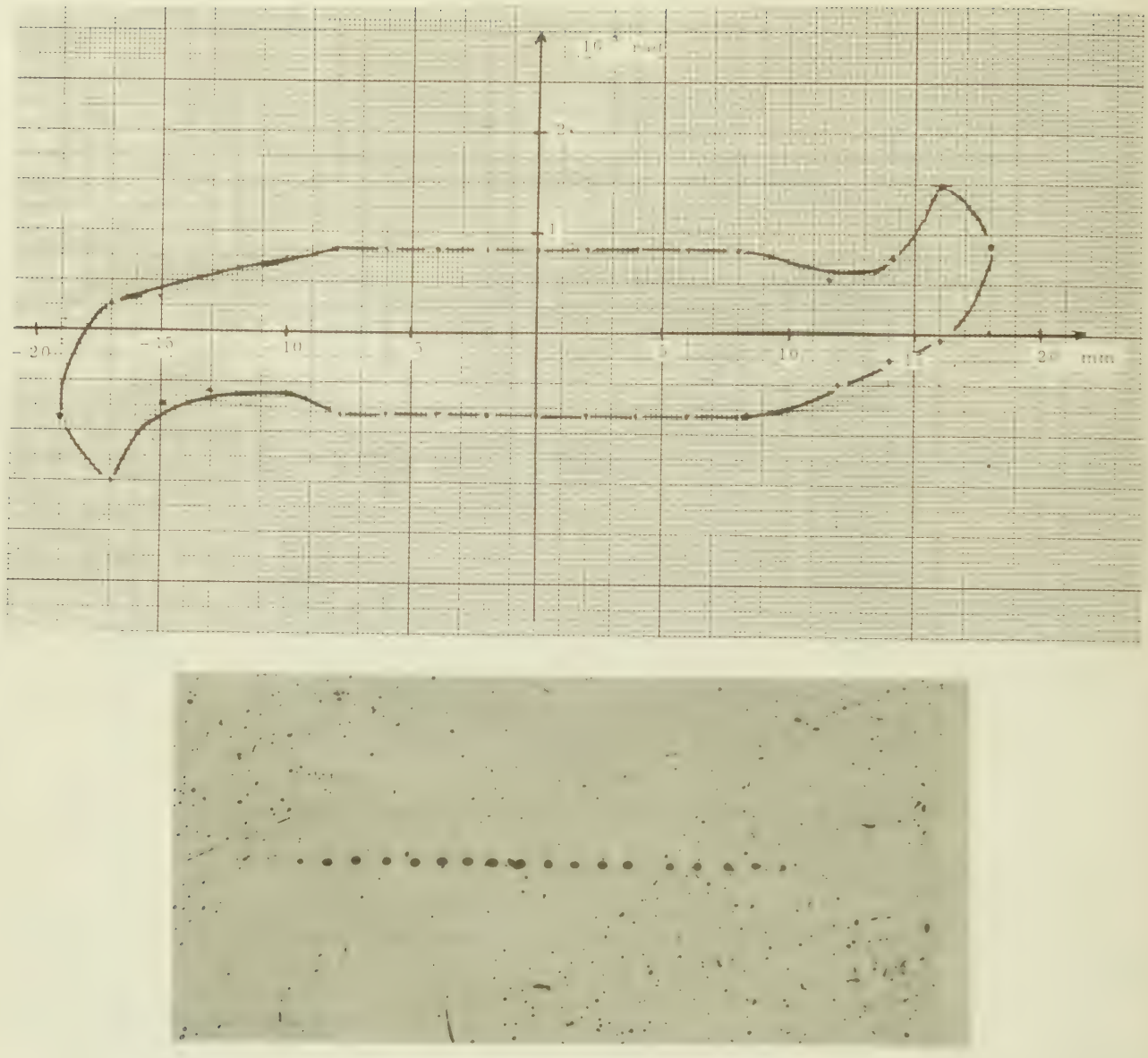



Figure 59 - Courant 85 mA 190 kV ; Emittance 0.98 $10^{-6}$ norm.

a) D'une variation des paramètres de la source - pour passer de 35 mA à 50 mA, on augmente le courant d'arc, dont les caractéristiques de la décharge (température électronique par exemple).

b) Du fait de la présence des aberrations qui rend la mesure imprécise, il est difficile de donner le diamètre de la tache.

IV. 4 - Taux de protons.

Différentes mesures ont donné un taux de 80 %.

IV. 5 - Conclusion.

Cette vérification expérimentale nous montre que nous pouvons définir, à partir de la méthode de calcul approchée, un projet de focalisation.

En effet, nous pouvons dire, globalement, qu'ayant déterminé une focalisation pour 50 mA

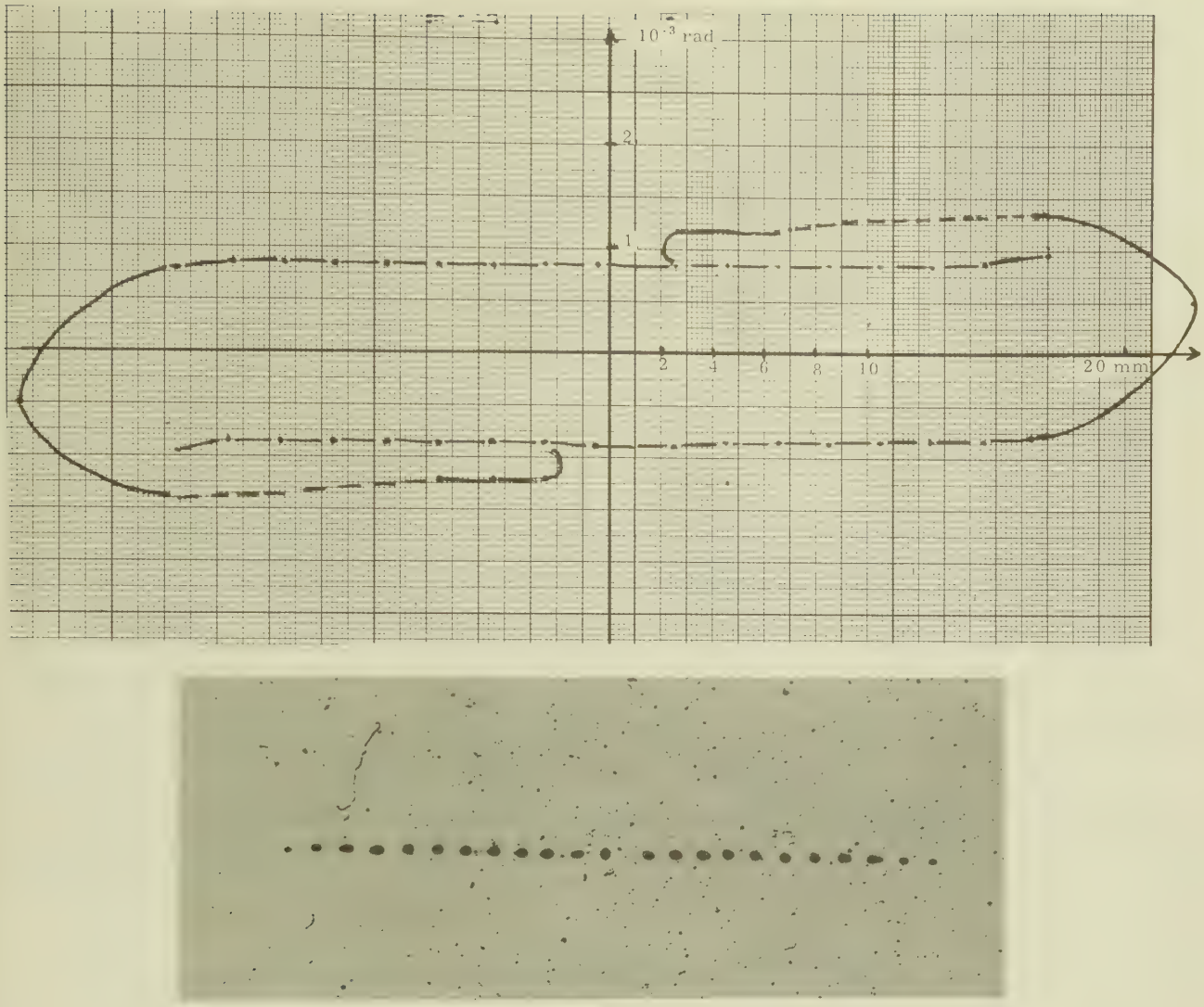



Figure 60 - Emittance pour 50 mA

$$S_{totale} = \frac{1,6\ 10 \quad norm}{m.\ rad}$$

avec 30 % d'aberrations, nous avons obtenu un faisceau de 35 mA, de bonne qualité et un faisceau de 50 mA de mauvaise qualité du fait des aberrations.

D'autre part, les paramètres de focalisation réagissent comme le laisse prévoir la théorie.

# CONCLUSION

L'ensemble de ce travail théorique et expérimental permet de synthétiser les différentes idées qui apparaissaient peu à peu dans l'optique des faisceaux d'ions des préaccélérateurs : notion d'émittance et de brillance, conditions dans lesquelles se conservent ces propriétés, nécessité d'expansion du plasma.

On a pu ainsi approfondir les phénomènes depuis la sortie du préaccélérateur jusqu'à la lisière du plasma et de ce fait, améliorer suffisamment la brillance d'un faisceau pour l'utilisation dans un injecteur de synchrotron.

Nous avons démontré que la faible brillance obtenue dans certains montages était pour une très grande part liée à la présence d'aberrations et qu'à chaque fois on a pu les supprimer en agissant sur le système électrostatique d'extraction et de focalisation.

Pour d'autres applications éventuelles, la brillance pourrait certainement être encore améliorée mais il faudra alors étudier la physique des phénomènes qui apparaissent dans la source et dans l'expansion du plasma.

# BIBLIOGRAPHIE


B 1 U. TALLGREN - Recent experiments and measurements on the CPS RF Ion source. MPS/Int. L. I. 62-3.

B 2 Th. SLUYTERS - CERN MPS/int 1963, LIN 63. 6.

B 3 VAN STEENBERGEN - Some characteristics of the AGS LINAC Beam and related ion sources studies.
1964 International Conference on High Energy Accelerators.

B 4 A. YOKOSAWA - A pulsed high - current proton source and associated focusing system.
1961 International Conference on High Energy Accelerators.

B 5 M. VON ARDENNE - Tabellen für Ekectronen physik - Berlin 1956.

B 6 GAUTHERIN - Influence de la topographie de l'induction magnétique sur les propriétés d'une source d'ions ou d'électrons du type duoplasmatron.
Thèse à la faculté des Sciences d'Orsay.

B 7 N. B. BROOKS, P. H. ROSE, A. B. WITTOWER, R. P. BASTIDE - Production of low divergence positive ion beams of high intensity.
RSI 35 - 7 July 1964.

B 8 L. E. COLLINS and P. T. STROUD - Extraction of high current ion beams with low divergence.

B 9 PIERCE - Theory and Design of Electron Beams.
D. Van Nostrand Company Inc.

B 10 D. BOHM - Minimum Kinetic energy for a stable Sheath.
The charactéristics of electrical discharges in magnetic fields - Mc Graw-Hill Book Company .

B 11 SPAGENBERG - Vacuum Tubes.
Mc Graw-Hill Book Company.

B 12 J. COURANT. F PREVOT, R. VIENET - Etude et réalisation d'un canon à ions du type haute fréquence à débit élevé.
Rapport C. E. A. 915.

B 13 P. BERNARD - Collage à l'acétate de vinyle.
Rapport

B 14 J. HUGUENIN, R. DUBOIS - Measurements on a high-gradient accelerating tube model CERN 65-23.

B 15 MM. BUVET et ROBINET (Ecole de Physique et Chimie), M. FAURE - Caractéristiques du gerpalon à la température ambiante (ou makrolon).
Rapport


Manuscrit reçu le 23. 3. 1966.

Ce travail s'est effectué à Saturne dans le cadre des activités du Groupe de Physique Générale.

Je remercie vivement Monsieur Vienet, qui dirige ce groupe, pour l'aide efficace de tous les instants, pour les idées et les conseils qu'il m'a donnés et qui m'ont permis de mener cette étude à terme.

J'adresse également mes remerciements aux autres membres du Groupe de Physique Générale qui ont contribué chacun pour leur part à l'élaboration de la théorie et de l'expérience. En particulier Monsieur Delbarre, agent technique spécialement chargé des études expérimentales, dont la conscience et le sens physique ont contribué dans une large mesure à l'orientation des manipulations.

Je remercie Monsieur le Professeur Lucas, Monsieur Lévy-Mandel Chef du Département Saturne, Monsieur Gouttefangeas, Chef du Service chargé de l'Entretien et du Fonctionnement de Saturne qui ont accepté d'encadrer cette recherche.

Je remercie tout le groupe de mécanique, Monsieur Remeur, ses mécaniciens et ses dessinateurs dont les compétences technologiques et les idées originales ont permis la réalisation de tout l'appareillage expérimental.

Que le Secrétariat trouve ici ma gratitude pour la dactylographie de ce travail.

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

"SUR LA LIMITE DE L'INTENSITE INJECTABLE DANS UN SYNCHROTRON DUE A L'APPARITION DE RESONANCES".

Vu et approuvé :
Paris, le 29 Mars 1966
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY

Vu
le Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie
de Paris
Jean ROCHE

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN
Ouvrages scientifiques
TYPO-OFFSET
GAP (Hautes-Alpes)
Dépôt légal n° 312
1966